



Manual de Marcação a Mercado

20 de agosto de 2002

Este documento tem caráter meramente informativo e foi preparado com base em informações públicas. As informações aqui apresentadas foram obtidas de fontes consideradas seguras e os comentários foram elaborados em boa fé. Não obstante terem sido tomadas as precauções necessárias para assegurar sua confiabilidade e seu perfeito entendimento, não podemos nos responsabilizar por decisões de investimento tomadas com base nessas informações. Os comentários apresentados neste documento não constituem uma recomendação de compra ou venda de títulos públicos e podem ser alteradas sem prévia notificação.

Índice

1.	Cyrnel	5
1.1.	Fonte Independente de Preços	5
1.2.	Transparência.....	5
1.3.	Disponibilidade.....	5
1.4.	Cobertura de Títulos	6
2.	Introdução.....	7
2.1.	Classes de Títulos Financeiros	7
2.2.	Prazos e Condições.....	7
2.3.	Fluxos de Pagamentos	7
2.4.	Correção do Valor Nominal de Títulos	8
2.5.	Convenção de Taxas.....	8
3.	Estruturas a Termo	10
3.1.	Aquisição dos Dados Primários.....	11
3.2.	Criação das taxas spot de mercado	11
3.2.1.	Curva de Juros Nominal	13
3.2.2.	Curva de Cupom Cambial	14
3.2.3.	Cupom de IGPM (Curva de Juros Real).....	16
3.2.4.	Cupom de TR	18
3.2.5.	Taxas de Juros Nominais Americanas.....	19
3.3.	Procedimento de Bootstrapping	20
3.4.	Limpeza e Tratamento de Dados	22
3.5.	Interpolação de Curvas (Log-Linear)	23
3.6.	Extrapolação de Curvas	24
3.7.	Spreads	25
4.	Característica dos Títulos	26
4.1.	Títulos Públicos Federais – Tesouro	26
4.1.1.	LTN (Letra do Tesouro Nacional).....	26
4.1.2.	LFT (Letra Financeira do Tesouro).....	28
4.1.3.	LFT-A (Letra Financeira do Tesouro, Série A).....	30
4.1.4.	LFT-B (Letra Financeira do Tesouro, Série B).....	32
4.1.5.	NTN-A3 (Notas do Tesouro Nacional – Série A3).....	34
4.1.6.	NTN-A6 (Notas do Tesouro Nacional – Série A6).....	35
4.1.7.	NTN-B (Nota do Tesouro Nacional – Série B).....	37
4.1.8.	NTN-C (Nota do Tesouro Nacional – Série C).....	38
4.1.9.	NTN-D (Nota do Tesouro Nacional – Série D).....	40
4.1.10.	NTN-F (Nota do Tesouro Nacional – Série F).....	42
4.1.11.	NTN-H (Nota do Tesouro Nacional – Série H).....	43
4.1.12.	NTN-I (Nota do Tesouro Nacional – Série I).....	44
4.1.13.	NTN-P (Nota do Tesouro Nacional – Série P).....	45
4.1.14.	NTN-R2 (Nota do Tesouro Nacional – Subsérie R2).....	46
4.2.	Títulos Públicos Federais - Banco Central	47
4.2.1.	NBC-E	47
4.2.2.	NBC-F	49
4.3.	Debêntures.....	49
4.4.	Derivativos BOVESPA	55
4.4.1.	Opção.....	55
4.5.	Derivativos BM&F.....	56
4.5.1.	Contrato a Termo	56

4.5.2.	Futuros BM&F	58
4.5.3.	Forward Rate Agreements	65
4.5.4.	Opção BM&F	72
4.6.	Títulos da Dívida USD	75
4.6.1.	Preço Sujo e Preço Limpo	75
4.6.2.	Global Bonds	75
4.6.3.	Brady Bonds	76
4.7.	Outros Títulos	86
4.7.1.	Letras Hipotecárias	86
4.7.2.	Título da Dívida Agrária (TDA).....	86
4.7.3.	Certificados de Depósitos Bancários.....	88
4.7.4.	Overnight-Pré	90
4.7.5.	Commercial Paper (Pré)	91
5.	Apêndice I – Fontes de Dados	92
6.	Apêndice II – Fórmulas de Preço de Opções	93
6.1.	Black-Scholes	93
6.2.	Garman-Kolhenagen.....	94
6.3.	Black76 (Black-Model)	95
6.4.	Merton	96
7.	Referências	97

1. Cyrnel

A Cyrnel International é uma empresa fornecedora de soluções para instituições financeiras. Trabalhamos com avançada tecnologia financeira, tendo como foco as seguintes áreas de especialização:

- Alocação de Ativos;
- Construção e Otimização de Carteiras;
- Avaliação de Títulos;
- Simulação de Estratégias;
- Avaliação de Cenários;
- Asset-Liability Management;
- Análise de Performance;
- Gerenciamento de Risco

Nossa equipe é formada por profissionais com sólida experiência no desenvolvimento de soluções para a área de investimentos, contando com consultores e especialistas em pesquisa, gerenciamento de dados e desenvolvimento de software.

1.1. Fonte Independente de Preços

Uma fonte independente de preços é importante por ser uma validação para processos internos de marcação a mercado, proporcionando maior transparência junto aos clientes e por possuir critérios e metodologia rigorosos, definidos em manuais técnicos.

1.2. Transparência

Um ponto fundamental na utilização de uma fonte externa de preços é a total transparência de todo o processo de cálculo. O conhecimento das fontes primárias de dados utilizadas, dos critérios de limpeza de dados e a disponibilidade de manuais metodológicos com os procedimentos de cálculo permitem que o cliente avalie a qualidade das informações que lhe serão enviadas.

1.3. Disponibilidade

Vetor de preços disponível em um horário adequado com *Layouts* de informação diferenciados para importação em bases de dados e leitura *online*.

1.4. Cobertura de Títulos

Uma ampla cobertura de títulos é necessária para a correta marcação a mercado de carteiras.

2. Introdução

Marcação a mercado é o nome dado ao processo de avaliação de títulos por meio da obtenção de um preço que represente as condições atuais de mercado. Esse preço pode ser obtido de diferentes formas: através de cotações em uma bolsa, pesquisas diretas com agentes do mercado ou através da utilização de algum modelo de avaliação de títulos.

2.1. Classes de Títulos Financeiros

O documento de marcação a mercado da Cyrnel cobre ativos das seguintes classes de títulos financeiros:

- Renda Fixa – Mercado à vista
- Renda Fixa – Mercado de Derivativos
- Renda Variável – Mercado à vista
- Renda Variável – Mercado de Derivativos

Para todas as classes, são apresentados os cálculos e/ou modelos utilizados na avaliação de títulos. É descrita, ainda, a forma pela qual as “Curvas de Taxas de Juros” são calculadas. Essas curvas de juros são conjuntos de prazos e taxas que refletem parte das condições de mercado utilizadas nos procedimentos de cálculo.

2.2. Prazos e Condições

Chamam-se Termos e Condições o conjunto de descrições que caracterizam um título financeiro, revelando a forma como o seu detentor é remunerado. A partir dos Termos e Condições de um título é possível determinar seu fluxo de pagamentos e conhecer particularidades do título, como, por exemplo: preços de exercício e datas de vencimento.

2.3. Fluxos de Pagamentos

Para os títulos que apresentam fluxos de pagamento, torna-se necessário determinar de que forma seus fluxos se distribuem ao longo do tempo. Com esse objetivo, os Termos e Condições daquele título fazem menção, freqüentemente, a três parâmetros básicos:

- Taxas e cronograma de capitalização;
- Taxas e cronograma de amortização; e

- Taxas e cronograma de pagamento de juros.

Por “capitalização” entende-se toda correção de valor que resulta aumento de valor do principal, sem que haja fluxo de pagamentos. “Amortizações” são fluxos de pagamento que afetam o principal e extinguem, total ou parcialmente, a dívida do emissor do título para com seu detentor. “Pagamentos de juros” são remunerações programadas que não afetam o valor do principal. Esses três parâmetros podem ser fixos, flutuantes, constantes ou variáveis.

2.4. Correção do Valor Nominal de Títulos

Diversos “índices e taxas” são utilizados na atualização ou correção dos valores nominais dos títulos, o que afeta, diretamente, o cálculo de seus preços de mercado. De forma genérica, esses indexadores comportam-se como índices de capitalização, podendo ser considerados “moedas” nas quais os títulos estão denominados.

Os principais índices e taxas utilizados são:

- CDI;
- SELIC;
- PTAX (Dólar);
- IGPM;
- INPC;
- TR; e
- ANBID.
- TJLP
- IPCA

2.5. Convenção de Taxas

A manipulação de taxas exige o conhecimento prévio de uma série de parâmetros que dizem respeito a como elas devem ser transformadas, para que seja possível calcular, por exemplo, os fatores de desconto e os fluxos de pagamento. Esse conjunto de parâmetros representa a CONVENÇÃO pela qual a taxa é expressa. A convenção de uma taxa tem a seguinte constituição:

- Período de capitalização

- Diário;
- Mensal;
- Semi-anual; e
- Anual

- Tipo de capitalização;
 - Linear; e
 - Exponencial

- Contagem de dias/Dias no Mês/Dias no Ano;
 - 30/360: Dias corridos/Meses com 30 dias/Anos com 360 dias;
 - ACT/360: Dias corridos/Meses com número efetivo de dias corridos/Anos com 365 dias; e
 - WD/252: Dias úteis / Meses com número efetivo de dias úteis.

3. Estruturas a Termo

Estruturas a termo de taxas de juros são curvas que relacionam taxas *spot*, que representam investimentos sem pagamentos intermediários de juros, a seus respectivos prazos de vencimento. Em sua construção devem ser utilizados títulos que sejam denominados em uma mesma moeda, que possuam a mesma qualidade de crédito e que possam ser observados no mesmo instante.

As estruturas a termo de taxas de juros (ou simplesmente curvas de juros) são o ponto de partida para a avaliação de títulos. Dependendo do tipo de título a avaliar, são utilizadas curvas para a obtenção do preço de mercado.

As curvas de referência são estimadas a partir de informações de mercado, as quais são obtidas por observação direta ou indireta de taxas ou preços dos títulos negociados. Nos mercados em que não é possível contar com informação suficiente, modelos econométricos são usados para estimar os valores inexistentes. No processo de construção das estruturas a termo, são utilizados, normalmente, títulos sem pagamentos intermediários de juros, os chamados *zero coupon bonds*, ou simplesmente *zeros*, a partir dos quais obtêm-se diretamente as taxas *spot* do mercado. No entanto, podem ser empregados outros títulos que pagam juros em prazos intermediários – os *coupon bonds*. Para isso, é utilizado um procedimento chamado *bootstrapping*, que será descrito no tópico 3.3.

Os ativos apresentados nesse documento são referenciados a uma ou mais das seguintes estruturas a termo:

- Juros Nominais;
- Cupom Cambial;
- Cupom de TR; e
- Cupom de IGPM;
- Juros Nominais Americanos (US).

Essas estruturas são calculadas com base na interpolação das taxas para prazos previamente determinados. As taxas são obtidas, direta ou indiretamente, a partir das informações de mercado – dados primários – divulgadas pelos seguintes provedores:

- ANDIMA;

- BC;
- BM&F;
- CETIP; e
- ECONOMATICA.

O processo de criação das estruturas a termo segue os seguintes passos:

- Aquisição dos dados primários;
- Criação das taxas spot de mercado;
- Limpeza e tratamento dos dados; e
- Interpolação/Extrapolação;

3.1. Aquisição dos Dados Primários

O processo de captura dos dados primários é realizado com frequência diária e conta com alto grau de automação, o que reduz, significativamente, a ocorrência de erros originados pela operação manual. A Cyrnel colhe dos provedores mencionados os seguintes dados:

- Preços/Taxas dos contratos futuros de DI e DDI da BM&F;
- Taxas médias de swap da BM&F para os seguintes títulos:
 - DI x DOLAR (Cupom_360 – Cupom Limpo);
 - DI x TR 252;
 - IGPM x DI1 252; e
 - PRE x DI_252.
- Taxa média do CDI-Cetip, para a composição da curva de juros nominal;
- Taxa do PTAX e Dólar Comercial Venda, para limpeza dos cupons obtidos a partir dos Futuros de DDI.

3.2. Criação das taxas spot de mercado

De posse das informações primárias, passa-se a determinar as taxas básicas a serem utilizadas posteriormente pelo processo de interpolação.

A criação das taxas de mercado envolve o conhecimento das características de negociação de cada um dos títulos financeiros utilizados como fonte de informação, como, dentre outros, por exemplo: o prazo de negociação, o tipo de capitalização (linear/exponencial), o período de capitalização, o método de contagem de dias (dias úteis, dias corridos etc).

A seguir, listam-se as estruturas a termo, os títulos a serem utilizados para sua construção e as características peculiares de cada título que deverão ser consideradas para determinação das taxas de mercado.

3.2.1. Curva de Juros Nominal

A curva de juros nominal utilizada no Vetor de Preços Cyrnel origina-se das seguintes informações:

- Contratos futuros DI1 da BM&F;
- Taxas médias de *Swap* DIxPRE, negociados na BM&F; e
- Taxas médias CDI-CETIP, divulgados pela CETIP.

As taxas de mercado, para cada título, são obtidas como se segue:

- Calcula-se a taxa efetiva dos dois contratos mais curtos de Futuro de DI1, de acordo com a seguinte fórmula:

$$r_i = \left(\frac{100000}{PU_{DI_i}} \right)^{\frac{du_i}{252}}$$

onde:

du_i – número de dias úteis, da data de avaliação ao dia de vencimento do i -ésimo futuro de DI;

PU_{DI_i} – preço unitário do i -ésimo futuro de DI;

r_i – taxa spot implícita no i -ésimo futuro de DI.

- Coleta-se, diretamente, a taxa efetiva para cada contrato de *Swap* DIxPRE e do CDI.

Todos os títulos base possuem as seguintes características, também chamadas convenções de taxa:

Período de Capitalização:	DIÁRIO
Tipo de Capitalização:	EXPONENCIAL
Contagem de Dias:	DIAS ÚTEIS / ANO 252 dias

A taxa média do CDI constitui a taxa para o período de 1 dia. As taxas obtidas para os dois contratos curtos de DI formam a parte curta da curva. As taxas de *swap* de DIxPRE são utilizadas para compor a parte longa da curva de cupom cambial.

A Estrutura a Termo de Juros Nominais é gerada com a mesma convenção dos títulos base.

3.2.2. Curva de Cupom Cambial

A curva de cupom cambial utilizada no Vetor de Preços Cyrnel origina-se das seguintes informações:

- Contratos futuros DDI da BM&F;
- Taxas médias de *Swap* DIXDOLAR, tipo Cupom_360, negociados na BM&F; e
- PTAX e Dólar Comercial Venda, obtidos na ANDIMA, Banco Central, CETIP e ECONOMATICA.

As taxas de mercado, para cada título, são assim obtidas:

- Calcula-se a taxa dos contratos de Futuro de DDI, de acordo com a fórmula:

$$r_i = \left(\frac{100.000}{PU_{DDI_i}} \right)^{\frac{dc_i}{252}}$$

onde:

dc_i – número de dias corridos do instante da avaliação até o dia de vencimento do i -ésimo futuro de DDI;

PU_{DDI_i} – preço unitário do i -ésimo futuro de DDI;

r_i – taxa de cupom cambial implícita no i -ésimo futuro de DDI.

- Coleta-se, diretamente, a taxa de cada contrato de *Swap* DIXDOLAR, tipo Cupom360;
- Coleta-se a taxa do PTAX e Dólar Comercial Venda.

As taxas obtidas a partir dos Futuros de DDI sofrem um tratamento de dados de forma a minimizar o efeito do cupom sujo. Para tanto, são empregadas as cotações do PTAX e do Dólar Comercial Venda. As informações de Swap DIXDOLAR tipo Cupom_360 são utilizadas, uma vez que esses dados já possuem o tratamento do efeito do cupom sujo.

Os títulos base SWAP e Futuro de DDI apresentam as características abaixo, também chamadas convenções de taxa:

Período de Capitalização:	DIÁRIO
Tipo de Capitalização:	LINEAR

Contagem de Dias:	DIAS CORRIDOS / ANO 360 dias
-------------------	------------------------------

Para a construção da estrutura a termo de Cupom Cambial, são utilizados, apenas, os dados dos *Swaps*. Os dados de DDI são empregados para validação e comparação de valores.

A Estrutura a Termo de Cupom Cambial é gerada com a mesma convenção dos títulos base.

3.2.3. Cupom de IGPM (Curva de Juros Real)

O IGPM acumulado é divulgado ao final de cada mês, visto isso, a Cyrnel buscou uma alternativa para criação de um índice diário de IGPM, buscando facilitar o cálculo de marcação a mercado de título indexados a esta “moeda”.

Utilizando a divulgação, realizada pela Andima, da prévia do IGPM mensal, realizamos o seguinte cálculo:

$$IGPM_t = IGPM_m \times (1 + IGPM_p)^{\frac{du}{du_c}}$$

Onde:

$IGPM_t$ - Índice IGPM diário

$IGPM_m$ - último índice IGPM divulgado

$IGPM_p$ - prévia do IGPM mensal divulgado pela Andima

du - dias úteis até a próxima divulgação de índice IGPM

du_c - dias úteis do mês corrente

A curva de cupom de IGPM, utilizada no Vetor de Preços Cyrnel, origina-se da seguinte informação:

- Taxas médias de *Swap* IGPM x DI1, em 252 dias úteis, negociados na BM&F; e
- Taxas e preços negociados para as NTN-Cs divulgados pela ANDIMA.

As taxas de mercado são assim obtidas:

- Coleta-se, diretamente, a taxa para cada contrato de Swap IGPM x DI1.
- Recorre-se ao procedimento de *bootstrapping* para extrair uma curva de taxas *spot* das taxas e preços fornecidos pela ANDIMA. O procedimento de *bootstrapping* encontra-se descrito item 3.3.

Os títulos *Swap* IGPM x DI1 apresentam as características abaixo descritas, também chamadas convenções de taxa:

Período de Capitalização:	DIÁRIO
Tipo de Capitalização:	EXPONENCIAL

Contagem de Dias:	DIAS ÚTEIS / ANO 252 dias
-------------------	---------------------------

A Estrutura a Termo de Cupom de IGPM é gerada com a mesma convenção dos títulos base.

3.2.4. Cupom de TR

A estrutura a termo de TR baseia-se nos prazos e taxas de Swap DI x TR divulgadas pela BM&F. Tratam-se de taxas anualizadas (252 dias úteis), com capitalização diária.

-

As taxas de mercado são assim obtidas:

- Coleta-se, diretamente, a taxa para cada contrato de *Swap* DIxTR.

Os títulos *Swap* DIxTR apresentam as características abaixo descritas, também chamadas convenções de taxa:

Período de Capitalização:	DIÁRIO
Tipo de Capitalização:	EXPONENCIAL
Contagem de Dias:	DIAS ÚTEIS / ANO 252 dias

A Estrutura a Termo de Cupom de TR é gerada com a mesma convenção dos títulos base.

3.2.5. Taxas de Juros Nominais Americanas

A estrutura a termo de taxas americanas (US Rates) baseia-se nos prazos e taxas de Libor divulgadas pelo provedor de dados PREBON (PIP – México). Tratam-se de taxas anualizadas (360 dias corridos), com capitalização semi-anual.

As taxas de LIBOR apresentam as características abaixo descritas, também chamadas convenções de taxa:

Período de Capitalização:	SEMI-ANUAL
Tipo de Capitalização:	EXPONENCIAL
Contagem de Dias:	DIAS CORRIDOS / ANO 360 dias

3.3. Procedimento de Bootstrapping

O procedimento de *bootstrapping* é empregado na determinação de taxas *spot*, utilizando-se títulos que possuam pagamentos intermediários de juros.

O processo tem início com o cálculo de uma taxa *spot*, que pode ser obtida a partir de um título que não possua pagamentos intermediários, seja ele um *zero coupon bond* ou um *coupon bond* que não possua mais pagamentos até o seu vencimento. O passo seguinte é tomar um segundo título, com dois fluxos até o vencimento, descontar o primeiro fluxo pela taxa *spot*, inicialmente determinada, e calcular a taxa *spot* que deve ser utilizada para descontar o segundo fluxo, de forma a obter o preço de mercado do segundo título. Em seguida, toma-se um terceiro título, agora com três fluxos até a data de vencimento, desconta-se o primeiro fluxo pela primeira taxa, desconta-se o segundo fluxo pela segunda taxa, e calcula-se a taxa *spot* que deve ser utilizada para descontar o terceiro fluxo, de forma a obter o preço de mercado do terceiro título. Esse procedimento deve ser repetido até que se obtenham as taxas *spot* para todo o período desejado.

A seguir, é exemplificada aplicação desse procedimento:

Títulos:

	Pagamento de Juros			
	Frequencia	Valor	Venc. (anos)	Preço
T1	semi-anuais	4.50%	0.50	95.130
T2	semi-anuais	4.50%	1.00	98.425
T3	semi-anuais	6.00%	1.50	101.145
T4	semi-anuais	6.00%	2.00	101.014
T5	semi-anuais	5.00%	2.50	96.602

Fluxos de caixa:

	Prazo (anos)				
	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50
Fluxo de T1	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Fluxo de T2	4.50	104.50	0.00	0.00	0.00
Fluxo de T3	6.00	6.00	106.00	0.00	0.00
Fluxo de T4	6.00	6.00	6.00	106.00	0.00
Fluxo de T5	5.00	5.00	5.00	5.00	105.00

Cálculos considerados:

Passo 1 – A expressão do preço de T1 fornece:

$$95.130 = \frac{100.00}{(1+r_1)^{0.50}} \Rightarrow r_1 = 10.50\%$$

Passo 2 – A expressão do preço de T2 fornece:

$$98.425 = \frac{4.50}{(1+r_1)^{0.50}} + \frac{104.50}{(1+r_2)^{1.00}} = \frac{4.50}{(1+0.1050)^{0.50}} + \frac{104.50}{(1+r_2)^{1.00}} \Rightarrow r_2 = 11.00\%$$

Passo 3 – A expressão do preço de T3 fornece:

$$101.144 = \frac{6.00}{(1+0.105)^{0.50}} + \frac{6.00}{(1+0.110)^{1.00}} + \frac{106.00}{(1+r_3)^{1.50}} \Rightarrow r_3 = 11.50\%$$

Passo 4 – A expressão do preço de T4 fornece:

$$101.015 = \frac{6.00}{(1+0.105)^{0.50}} + \frac{6.00}{(1+0.110)^{1.00}} + \frac{6.00}{(1+0.115)^{1.50}} + \frac{106.00}{(1+r_4)^{2.00}} \Rightarrow r_4 = 11.80\%$$

Passo 5 – A expressão do preço de T5 fornece:

$$96.602 = \frac{5.00}{(1+0.105)^{0.50}} + \frac{5.00}{(1+0.110)^{1.00}} + \frac{5.00}{(1+0.115)^{1.50}} + \frac{5.00}{(1+0.118)^{2.00}} + \frac{105.00}{(1+r_5)^{2.50}} \Rightarrow r_5 = 12.00\%$$

Pode-se simplificar o método de cálculo ao assumir que o procedimento descrito é a solução de um sistema de equações lineares, onde as incógnitas são os fatores de desconto. Dessa forma, ao definir-se que:

$$M_{Fluxos} \begin{bmatrix} 100.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 4.50 & 104.50 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 6.00 & 6.00 & 106.00 & 0.00 & 0.00 \\ 6.00 & 6.00 & 6.00 & 106.00 & 0.00 \\ 5.00 & 5.00 & 5.00 & 5.00 & 105.00 \end{bmatrix}, V_{Preços} = \begin{bmatrix} 95.130 \\ 98.425 \\ 101.145 \\ 101.015 \\ 96.602 \end{bmatrix} e$$

$$V_{FatDesc} = \begin{bmatrix} fd_1 \\ fd_2 \\ fd_3 \\ fd_4 \\ fd_5 \end{bmatrix}$$

Tem-se que:

$$V_{\text{Preços}} = M_{\text{Fluxos}} \times V_{\text{FatDesc}} \Rightarrow V_{\text{FatDesc}} = M_{\text{Fluxos}}^{-1} \times V_{\text{Preços}}$$

De posse dos fatores de desconto, obtém-se as taxas *spot* r_i , utilizando-se a expressão:

$$fd_i = \frac{1}{(1+r_i)^i} \Rightarrow r_i = \left[\frac{1}{fd_i} \right]^{\frac{1}{i}} - 1$$

3.4. Limpeza e Tratamento de Dados

O processo de construção das estruturas a termo conta com rotinas de limpeza de dados, objetivando manter a qualidade das informações (exclusão de *outliers*¹) e corrigir distorções de leituras de mercado, causadas pelas características dos contratos negociados como, por exemplo, os cupons sujos de cupom cambial.

A identificação de *outliers* se dá pela comparação da curva do dia com os intervalos de confiança criados com 1, 2 e 3 desvios padrão em torno da curva do dia anterior, considerando-se cada prazo (vértice da curva).

Observações fora desses intervalos representam valores extremos, que são cuidadosamente analisados, com a possibilidade de serem eliminados do processo de geração das estruturas a termo.

¹ *Outliers* são dados aberrantes que não representam a amostra em questão. Neste caso, geralmente são gerados por valores obtidos a partir de preços ou taxas de títulos com poucos negócios ou capturados sem sincronização com os demais dados.

3.5. Interpolação de Curvas (Log-Linear)

Utiliza-se a interpolação log-linear para determinar taxas para prazos intermediários que não podem ser observados a partir das transações de mercado diretamente. A interpolação log-linear pode ser vista como uma interpolação linear dos logaritmos, onde os pesos são dados pela distância em dias (úteis ou corridos) até as taxas mais próximas disponíveis.

Interpolação Log-Linear:

$$r_i = (1 + r_1)^{\frac{du_2 - d_i}{d_2 - d_1}} \cdot (1 + r_2)^{\frac{d_i - d_1}{d_2 - d_1}} - 1 \text{ e } d_1 \leq d_i \leq d_2$$

onde:

du_1 - prazo da primeira taxa (em dias corridos ou dias úteis);

du_i - prazo da taxa a ser interpolada (em dias corridos ou dias úteis);

du_2 - prazo da segunda taxa (em dias corridos ou dias úteis).

A seguir são listados, para cada estrutura a termo, os prazos para os quais as taxas são interpoladas:

Curvas	Termos ou Prazos (dias)
Curva de Juros Nominal:	21 , 63 , 126, 252 , 504, 1260, 2520
Curva de Cupom Cambial 360	90 , 180, 360, 720, 1080, 3600
Curva de Cupom de IGPM:	126, 252, 504, 1260, 2520, 5040, 7560
Curva de Cupom de TR:	21 , 63 , 126, 252, 504, 1260, 2520

3.6. Extrapolação de Curvas

Em alguns casos, a estrutura a termo construída não cobre todo o espectro temporal das operações a serem contempladas. Dessa forma, torna-se necessário extrapolar a curva criada. Para tanto, repete-se o último forward observado de acordo com os cálculos a seguir:

$$r_{n+1} = \left[(1+r_n)^{\frac{dn}{D}} \left(\frac{(1+r_n)^{\frac{dn}{D}}}{(1+r_{n-1})^{\frac{d_{n-1}}{D}}} \right)^{\frac{D}{d_{n+1}}} \right] - 1 = \left(\frac{(1+r_n)^{\frac{2dn}{D}}}{(1+r_{n-1})^{\frac{d_{n-1}}{D}}} \right)^{\frac{D}{d_{n+1}}} - 1$$

e

$$d_{n-1} \leq d_n \leq d_{n+1}$$

onde:

- d_{n-1} - prazo da penúltima taxa disponível;
- d_n - prazo da última taxa disponível;
- d_{n+1} - prazo da taxa a ser extrapolada;
- D - prazo de capitalização das taxas;
- r_{n-1} - penúltima taxa disponível;
- r_n - última taxa disponível;
- r_{n+1} - taxa a ser obtida pela extrapolação.

3.7. Spreads

Spreads são valores que devem ser adicionados à curva referencial de um determinado título, objetivando atingir o preço de mercado do título. Os títulos que não negociam na curva do tesouro, ou seja, que são negociados com deságio, apresentam *spreads* que quantificam prêmios de risco que devem ser pagos por características específicas de determinados títulos, tais como crédito ou liquidez.

Imaginando dois títulos que possuam os mesmos fluxos de caixa, sendo um emitido pelo governo federal e outro emitido por uma empresa privada de segunda linha, ambos em Reais, eles apresentarão preços diferentes. Mesmo possuindo características semelhantes, sendo referenciados à mesma curva de juros e estando sujeito às mesmas condições de mercado, o segundo título será negociado a preços mais baixos que o primeiro. Isso se deve ao fato de a qualidade de crédito da empresa de segunda linha ser pior que a qualidade de crédito do governo federal. O comprador deve exigir um “prêmio” para assumir um risco de crédito. Esse prêmio pode ser quantificado e é medido sob a forma do chamado *spread*, como mostrado a seguir:

$$\text{Preço} = \sum_1^N \frac{CF_i}{(1 + r_i + s)^{t_i}}$$

onde:

N - número de fluxos de caixa;

CF_i - fluxos de caixa no instante “ i ”;

r_i - taxa spot no instante “ i ”;

s - *spread*;

t_i - prazo compreendido entre o instante zero e o instante “ i ”.

Conforme apresentado na expressão anterior, o *spread* é um deslocamento “paralelo” de toda a curva, por um mesmo valor, de forma que a nova curva obtida, quando utilizada para descontar os fluxos de caixa, gere o preço pelo qual o título está sendo negociado no mercado.

4. Característica dos Títulos

4.1. Títulos Públicos Federais – Tesouro

4.1.1. LTN (Letra do Tesouro Nacional)

A LTN é um título que possui um único fluxo de caixa, pago na data de maturidade, no valor R\$1.000,00.

Prazo	Definido pelo Ministério da Fazenda, quando da emissão do título
Modalidade	Nominativa e negociável
Forma de Colocação	Oferta pública ou colocação direta, em favor do interessado.
Valor Nominal	Múltiplo de R\$1.000,00
Rendimento	Desconto
Amortização do Principal	Valor Nominal na data de maturidade do título

Fórmula de Preço:

$$P = \frac{1000}{(1 + r_{BR})^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

- r_{BR} – taxa spot de juros nominal para “du” dias úteis
- P – preço teórico do título;
- du – número de dias úteis entre a data da avaliação e o vencimento do título.

Exemplo Numérico:

Data de Emissão: 04/08/2002

Data de Avaliação: 11/06/2003

Data de Maturidade: 06/10/2004

Dias Úteis entre a data de avaliação e a maturidade: 336

Valor de Resgate: 1.000,00

Taxa de Mercado para o vcto, na data de avaliação: 21.68%

Cálculo

$$P = \frac{1000}{(1 + 0.2168)^{\frac{336}{252}}} = 768,44$$

4.1.2. LFT (Letra Financeira do Tesouro)

A LFT é um título ajustado, diariamente, pela taxa SELIC (divulgada pelo BACEN), que, na sua data base, possui um valor de R\$1.000,00.

Prazo	15 anos.
Modalidade	Nominativa e negociável.
Forma de Colocação	Direta, em favor do interessado.
Valor nominal na data base	R\$1.000,00
Rendimento	Taxa SELIC
Amortização do Principal	Valor nominal atualizado pelo respectivo rendimento, desde a data-base do título

Fórmula de Preço:

$$P = \frac{\left[1000 \cdot \frac{SELIC_{t-1}}{SELIC_{db-1}} \right]}{(1 + r_{BR} + s)^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- du – número de dias úteis existentes entre a data de avaliação e o vencimento do título;
- r_{BR} – taxa spot de juro nominal para “du” dias úteis;
- s – *spread*;
- $SELIC_{t-1}$ – índice SELIC acumulado até o primeiro dia útil anterior a data de avaliação
- $SELIC_{db-1}$ – índice SELIC acumulado até o primeiro dia útil anterior a data base

Exemplo de Cálculo:

Data de Avaliação: 11/06/2003

Data de Emissão: 20/09/2002

Data Base: 01/07/2000

Data de Maturidade: 18/12/2013

Valor Nominal: 1.000,00

Dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade: 2648

Índice Selic no dia útil anterior a data base: 5.187663173

Índice Selic na data de avaliação: 8.653599306

Cálculo:

$$VNA = 1000 \cdot \frac{8.653599306}{5.187663173} = 1.668,11$$

$$P = \frac{\left[1000 \cdot \frac{8.6535}{5.1909} \right]}{(1 + 0.0176643449)^{\frac{2648}{252}}} = 1.387,77$$

4.1.3. LFT-A (Letra Financeira do Tesouro, Série A)

A LFT-A é um título que amortiza o principal em 180 parcelas, mensais e consecutivas, vencendo a primeira no mês seguinte ao da emissão. Cada uma dessas parcelas corresponde ao resultado obtido pela divisão do saldo remanescente, atualizado e capitalizado na data de vencimento de cada uma das parcelas, pelo número de parcelas a vencer, inclusive a que estiver sendo paga. O fluxo de caixa gerado pelas LFT-A não é devido a juros pagos, mas ao cronograma de amortizações.

Prazo	15 anos
Modalidade	Nominativa e negociável
Forma de Colocação	Direta, em favor do interessado
Valor Nominal	R\$1.000,00
Rendimento	SELIC + 0.0245% a.m.
Amortização do Principal	180 parcelas mensais

Fórmula de Preço:

$$P = \sum \frac{A_i}{(1 + r_{BR} + s)^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

$$A_i = B_{i-1} \cdot \left(\frac{SELIC_i}{SELIC_{i-1}} + 0.0245\% \right) \cdot \frac{1}{NF_{i,T}}$$

$$B_i = B_{i-1} \cdot \left(\frac{SELIC_i}{SELIC_{i-1}} + 0.0245\% \right) - A_i$$

- P – é preço teórico do título;
- A_i – amortização do principal no instante “i”;
- s – *spread*;
- B_{i-1} – saldo da amortização, ou seja, o quanto falta para ser amortizado, no instante “i-1”;
- $NF_{i,T}$ – número de fluxos entre a data de avaliação e a data de maturidade;
- i – número índice, equivalente ao número de dias úteis;
- du – número de dias úteis entre a data base e a data do pagamento do fluxo;
- r_{br} – taxa à vista (*spot*) de juros nominal.
- $SELIC_i$ - índice selic na data no instante “i”
- $SELIC_{i-1}$ - índice selic na data no instante “i-1”

Exemplo:

Data de Avaliação: 11/06/2003
 Data de Emissão: 05/07/2000
 Data Base: 05/07/2000
 Data de Maturidade: 05/07/2015
 Valor Nominal: 1.000,00
 Dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade: 3033

Fluxo Conhecido:

$$B_{05/10/2000} = 1008,213838 \cdot 1,3882755\% \cdot A_{05/09/2000} = 1016,312858$$

$$A_{10/05/2000} = 10016,312858 \cdot \frac{1}{178} = 5,617977528$$

Fluxo	Saldo	Varição Selic	Varição Selic + 0.02455% Taxa de Amort	Amortização
05/07/00	1000			
05/08/00	1000	1.3586815604%	1.38318156%	5.617977528
05/09/00	1008.213838	1.3437754954%	1.36827550%	5.696123379
05/10/00	1016.312858	1.2871746632%	1.31167466%	5.774504873
05/11/00	1023.869071	1.1636627000%	1.18816270%	5.850680406
05/12/00	1030.183621	1.2800340188%	1.30453402%	5.920595523
05/01/01	1037.702121	1.2511633813%	1.27566338%	5.998278157
05/02/01	1044.941429	1.1984105930%	1.22291059%	6.075240866
05/03/01	1051.644888	1.0160478185%	1.04054782%	6.149970103
05/04/01	1056.437785	1.3235580184%	1.34805802%	6.214339914
05/05/01	1064.46484	1.1320147824%	1.15651478%	6.298608519
05/06/01	1070.476924	1.3421700653%	1.36667007%	6.371886455
05/07/01	1078.734926	1.3563891739%	1.38088917%	6.459490573
05/08/01	1087.171569	1.4359629176%	1.46046292%	6.549226319
05/09/01	1096.50008	1.6016248320%	1.62612483%	6.645455032
05/10/01	1107.685085	1.4653844631%	1.48988446%	6.754177349
05/11/01	1117.434136	1.3234164757%	1.34791648%	6.855424147
05/12/01	1125.640791	1.4635247288%	1.48802473%	6.948399942
05/01/02	1135.442204	1.3934464072%	1.41794641%	7.05243605
05/02/02	1144.48973	1.5338545440%	1.55835454%	7.153060812
05/03/02	1155.171877	1.2455975652%	1.27009757%	7.265231929
05/04/02	1162.578455	1.5033744917%	1.52787449%	7.358091486
05/05/02	1172.983103	1.2791579657%	1.30365797%	7.471229955
05/06/02	1180.803561	1.4657095848%	1.49020958%	7.569253594
05/07/02	1190.830755	1.4823776916%	1.50687769%	7.682779064
05/08/02	1201.092339	1.3937098055%	1.41820981%	7.799300901
05/09/02	1210.327047	1.5097881734%	1.53428817%	7.910634295
05/10/02	1220.986318	1.3815568655%	1.40605687%	8.032804721
05/11/02	1230.121275	1.6098199160%	1.63431992%	8.146498509
05/12/02	1242.078893	1.6306177419%	1.65511774%	8.280525956
05/01/03	1254.356236	1.6021649147%	1.62666491%	8.418498225
05/02/03	1266.34191	2.0659068203%	2.09040682%	8.556364257
05/03/03	1284.257243	1.6504646797%	1.67496468%	8.736443833
05/04/03	1297.031655	2.0605981831%	2.08509818%	8.883778458
05/05/03	1315.19226	1.6828111856%	1.70731119%	9.070291448
05/06/03	1328.576393	2.1539161755%	2.17841618%	9.226224951

4.1.4. LFT-B (Letra Financeira do Tesouro, Série B)

É um título que paga R\$1.000,00, na maturidade, acrescido do respectivo rendimento, dado pela SELIC, desde a data-base.

Prazo	15 anos.
Modalidade	Nominativa e negociável.
Forma de Colocação	Direta, em favor do interessado.
Valor nominal na data base	R\$1.000,00
Rendimento	Taxa SELIC
Amortização do Principal	Valor nominal, atualizado pelo respectivo rendimento, desde a data-base do título.

Fórmula de Preço:

$$P = \frac{\left[1000 \cdot \frac{SELIC_{t-1}}{SELIC_{db-1}} \right]}{(1 + r_{BR} + s)^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- du – número de dias úteis existentes entre a data de avaliação e o vencimento do título;
- r_{BR} – taxa spot de juro nominal para “du” dias úteis;
- s – *spread*;

$SELIC_{t-1}$ – índice SELIC acumulado até o primeiro dia útil anterior a data de avaliação

$SELIC_{db-1}$ – índice SELIC acumulado até o primeiro dia útil anterior a data base

Exemplo de Cálculo:

Data de Avaliação: 11/06/2003

Data de Emissão: 15/12/2000

Data Base: 01/07/2000

Data de Maturidade: 15/12/2008

Valor Nominal: 1.000,00

Dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade: 1388

Índice Selic no dia útil anterior a data base: 5.187663173

Índice Selic na data de avaliação: 8.653599306

Cálculo:

$$VNA = 1000 \cdot \frac{8.653599306}{5.187663173} = 1.668,11$$

$$P = \frac{\left[1000 \cdot \frac{8.6535}{5.1909} \right]}{(1 + 0.013943955)^{\frac{1388}{252}}} = 1.545,61$$

4.1.5. NTN-A3 (Notas do Tesouro Nacional – Série A3)

Prazo	Até 27 anos, observado o cronograma remanescente de vencimentos do Par Bond, utilizado na operação de troca.
Modalidade	Nominativa e negociável
Forma de Colocação	Direta, em favor do interessado.
Valor Nominal	Múltiplo de R\$1.000,00.
Taxa de Juros	Aplicada sobre o valor nominal atualizado: Até 14.04.1998: 5.25% a.a. De 15.04.1998 a 14.04.1999: 5.50% a.a. De 15.04.1999 a 14.04.2000: 5.75% a.a. De 15.04.2000 até o vencimento: 6% a.a.
Amortização do Principal	Nas mesmas condições observadas para o pagamento do Par Bond que originou a operação de troca, com ajuste, no primeiro período de fluência, quando couber.
Atualização do Valor Nominal	Variação da cotação de venda do dólar dos Estados Unidos, no mercado de câmbio de taxas livres, sendo consideradas as taxas médias dos dias úteis imediatamente anteriores às datas de emissão e do vencimento do título.
Pagamento de Juros	Todo dia quinze dos meses de abril e outubro, com ajuste, no primeiro período de fluência, quando couber.

Fórmula de Preço:

$$P = \left[\sum_{i=0}^T \frac{1000 \cdot CF_i}{\left(1 + (r_{cc_i} + s) \cdot \frac{dc_i}{360}\right)} + \frac{1000}{\left(1 + (r_{cc_T} + s) \cdot \frac{dc_T}{360}\right)} \right] \cdot \frac{DOL}{PTAX}$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- dc_i – dias corridos entre o instante de avaliação e a data do fluxo;
- T – data de maturidade do título;
- r_{cci} – taxa de cupom cambial para o prazo “i”;
- r_{cct} – taxa de cupom cambial na maturidade
- s – *spread*;
- CF_i – fluxo de caixa a ser pago no prazo “i”;
- DOL – cotação de venda do dólar americano na data de avaliação do título;
- $PTAX$ – PTAX800 da data de emissão do título.

4.1.6. NTN-A6 (Notas do Tesouro Nacional – Série A6)

Prazo	Até 17 anos, observado o cronograma remanescente de vencimentos do C-Bond, utilizado na operação de troca.
Modalidade	Nominativa e negociável
Forma de Colocação	Direta, em favor do interessado.
Valor Nominal	Múltiplo de R\$1.000,00
Taxa de Juros	Aplicada sobre o valor nominal atualizado: Até 14.04.1998: 4,5% a.a. De 15.04.1998 a 14.04.2000: 5% a.a. De 15.04.2000 até o vencimento: 8% a.a.
Amortização do Principal	Nas mesmas condições observadas para o pagamento do C-Bond que originou a operação de troca, com ajuste, no primeiro período de fluência, quando couber.
Atualização do Valor Nominal	Varição da cotação de venda do dólar dos Estados Unidos, no mercado de câmbio de taxas livres, sendo consideradas as taxas médias dos dias úteis imediatamente anteriores às datas de emissão e do vencimento do título.
Pagamento de Juros	Todo dia quinze dos meses de abril e outubro, com ajuste, no primeiro período de fluência, quando couber.

Fórmula de Preço:

$$P = \left[\sum \frac{A_i}{\left(1 + (r_{cci} + s) \cdot \frac{dc_i}{360}\right)} + \sum \frac{C_i}{\left(1 + (r_{cci} + s) \cdot \frac{dc_i}{360}\right)} \right] \cdot \frac{DOL}{PTAX}$$

$$A_i = B_{i-1} \cdot a_i$$

$$B_i = \begin{cases} \left(1 + c_i \cdot \frac{dc_i}{360}\right) \cdot B_{i-1}, & \text{para o período de capitalização;} \\ \text{ou} \\ B_{i-1} - A_i, & \text{para o período de amortizações.} \end{cases}$$

$$C_i = B_{i-1} \cdot \frac{c_i}{100}$$

onde:

P – preço teórico do título

dc_i – dias corridos entre o instante de avaliação e a data do fluxo;

- T – data de maturidade do título;
- $r_{cc i}$ – taxa de cupom cambial para o prazo “ i ” ;
- S – *spread*;
- A_i – valor da amortização no instante “ i ”;
- C_i – valor de cupom no instante “ i ”;
- B_{i-1} – é o saldo da amortização, ou seja, o quanto resta para amortizar, no instante “ $i-1$ ”;
- a_i – a taxa de amortização no período “ i ”;
- c_i – a taxa de cupom no período “ i ”;
- DOL – cotação de venda do dólar americano na data de avaliação do título;
- $PTAX$ – PTAX800 da data de emissão do título.

4.1.7. NTN-B (Nota do Tesouro Nacional – Série B)

A NTN-B é um título que tem o valor nominal indexado ao IPCA, com pagamento de cupons semestrais sobre o valor nominal atualizado.

Prazo	Definido pelo Ministério da Fazenda, quando da emissão do título.
Modalidade	Nominativa e negociável
Forma de Colocação	Oferta pública ou colocação direta, em favor do interessado.
Valor Nominal	Múltiplo de R\$1.000,00
Taxa de Juros	Definida pelo Ministério da Fazenda, quando da emissão do título, em porcentagem ao ano, aplicada sobre o valor nominal atualizado.
Amortização do Principal	Em parcela única, na data do vencimento.
Atualização do Valor Nominal	Varição do IPCA desde a data-base do título até o vencimento
Pagamento de Juros	Semestralmente, com ajuste no primeiro dia de fluência, quando couber. O primeiro cupom de juros a ser pago contemplará a taxa integral, a ser definida para seis meses, independente da data de emissão do título.

Fórmula de Preço

$$P = \frac{IPCA_t}{IPCA_{db-1}} \left[\sum_{i=0}^T \frac{1000 \cdot CF_i}{(1 + r_{IPCA_t})^{\frac{du_i}{252}}} + \frac{1000}{(1 + r_{IPCA_t})^{\frac{du_i}{252}}} \right]$$

onde:

P – preço teórico do título;

$IPCA_t$ – número índice do IPCA na data de avaliação;

$IPCA_{db}$ – número índice do IPCA na data-base do título;

du_i – dias úteis entre o instante de avaliação e a data do fluxo;

T – data de maturidade do título;

r_{IPCA} – taxa spot de cupom de IPCA;

C_i – taxa de cupom do fluxo “i”;

4.1.8. NTN-C (Nota do Tesouro Nacional – Série C)

A NTN-C é um título que tem o valor nominal indexado ao IGP-M e paga cupons semestrais sobre o valor nominal atualizado.

Prazo	Definido pelo Ministério da Fazenda, quando da emissão do título;
Modalidade	Nominativa e negociável
Forma de Colocação	Oferta pública ou colocação direta, em favor do interessado;
Valor Nominal	Múltiplo de R\$1.000,00
Taxa de Juros	Definida pelo Ministério da Fazenda, quando da emissão do título, em porcentagem ao ano, aplicada sobre o valor nominal atualizado.
Amortização do Principal	Em parcela única, na data do vencimento.
Atualização do Valor Nominal	Varição do IGP-M desde a data-base do título.
Pagamento de Juros	Semestralmente, com ajuste no primeiro dia de fluência, quando couber. O primeiro cupom de juros a ser pago contemplará a taxa integral, a ser definida para seis meses, independente da data de emissão do título.

Fórmula de Preço:

$$P = \frac{IGPM_t}{IGPM_{db}} \cdot \left[\sum_{i=0}^T \frac{1000 \cdot c_i}{\left(1 + r_{IGPM_t}\right)^{\frac{du_i}{252}}} + \frac{1000}{\left(1 + r_{IGPM_T}\right)^{\frac{du_T}{252}}} \right]$$

onde:

P – preço teórico do título;

$IGPM_t$ – número índice do IGP-M na data de avaliação;

$IGPM_{db}$ – número índice do IGP-M na data-base do título;

du_i – dias úteis entre o instante de avaliação e a data do fluxo;

T – data de maturidade do título;

r_{IGPM} – taxa spot de cupom de IGP-M;

c_i – taxa de cupom do fluxo “i”; Exemplo de Cálculo:

Data de Avaliação: 11/06/2003

Data de Emissão: 01/08/2000

Data Base: 01/07/2000

Data de Maturidade: 01/07/2005

Valor Nominal: 1.000,00

Cupom: 6% - Exponencial

Dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade: 520

Índice IGPM na data base: 199.3789
Índice IGPM na data de avaliação: 314.07799

Evento	Data	% Pagamento	VNA	Valor a Receber
Juros	01/07/2003	2,9563014	1.575,2819682301	46,57008304
Juros	01/01/2004	2,9563014	1.575,2819682301	46,57008304
Juros	01/07/2004	2,9563014	1.575,2819682301	46,57008304
Juros	01/01/2005	2,9563014	1.575,2819682301	46,57008304
Juros	01/07/2005	2,9563014	1.575,2819682301	46,57008304
Amortização	01/07/2005	100,00	1.575,2819682301	1.575,2819682301

Cálculo:

$$P = \frac{46,57008304}{(1 + 0,1102)^{\frac{13}{252}}} + \frac{46,57008304}{(1 + 0,1102)^{\frac{144}{252}}} + \frac{46,57008304}{(1 + 0,1102)^{\frac{268}{252}}} + \frac{46,57008304}{(1 + 0,1102)^{\frac{396}{252}}} + \frac{1.621,85205127}{(1 + 0,1102)^{\frac{520}{252}}}$$

$$P = 1.455,76$$

4.1.9. NTN-D (Nota do Tesouro Nacional – Série D)

A NTN-D é um título que tem o valor nominal indexado ao dólar PTAX, com pagamento de cupons semestrais sobre o valor nominal atualizado.

Prazo	Definido pelo Ministério da Fazenda, quando da emissão do título.
Modalidade	Nominativa e negociável
Forma de Colocação	Oferta pública ou colocação direta, em favor do interessado.
Valor Nominal	Múltiplo de R\$1.000,00
Taxa de Juros	Definida pelo Ministério da Fazenda, quando da emissão do título, em porcentagem ao ano, aplicada sobre o valor nominal atualizado.
Amortização do Principal	Em parcela única, na data do vencimento.
Atualização do Valor Nominal	Varição da cotação de venda do dólar dos Estados Unidos, no mercado de câmbio de taxas livres, sendo consideradas as taxas médias dos dias úteis imediatamente anteriores às datas de emissão e do vencimento do título.
Pagamento de Juros	Semestralmente, com ajuste no primeiro dia de fluência, quando couber. O primeiro cupom de juros a ser pago contemplará a taxa integral, a ser definida para seis meses, independente da data de emissão do título.
Negociação dos Juros	Os cupons de juros dos títulos com prazo igual ou superior a cinco anos emitidos em oferta pública entre 1º de outubro de 1997 e 17 de julho de 2000 poderão ser negociados separadamente do principal, permanecendo com suas características de emissão.

Na fórmula de avaliação abaixo, utiliza-se o dólar comercial venda, pois a taxa de desconto utilizada é a taxa de cupom cambial limpo e não a taxa de cupom cambial sujo, que carrega, em si, parte da variação cambial existente entre o PTAX do dia e a taxa do dólar no momento da avaliação do título.

Fórmula de Preço:

$$P = \frac{DOL}{PTAX_{db-1}} \left[\sum_{i=0}^T \frac{1000 \cdot CF_i}{\left(1 + r_{CC_i} \cdot \frac{dc_i}{360}\right)} + \frac{1000}{\left(1 + r_{CC_T} \cdot \frac{dc_T}{360}\right)} \right]$$

onde:

- P – preço teórico do título
- dc_i – dias corridos entre o instante de avaliação e a data do fluxo;
- T – data de maturidade do título;
- r_{cci} – taxa de cupom cambial para o prazo “i”;
- CF_i – fluxo de caixa a ser pago no prazo “i”;
- DOL – dólar comercial venda da data de avaliação;
- $PTAX_{db-1}$ – PTAX800 da data base menos um dia.

Exemplo de Cálculo:

Data de Avaliação: 11/06/2003
 Data de Emissão: 27/06/2001
 Data Base: 01/07/2000
 Data de Maturidade: 20/01/2005
 Valor Nominal: 1.000,00
 Cupom :12% - Linear
 Dias corridos entre a data de avaliação e a maturidade: 579
 PTAX na data base: 1,80
 PTAX na data de avaliação: 2,8603

Evento	Data	% Pagamento	VNA	Valor a Receber
Juros	20/07/2003	6	1.589,0555555556	95,34333333
Juros	20/01/2004	6	1.589,0555555556	95,34333333
Juros	20/07/2004	6	1.589,0555555556	95,34333333
Juros	20/01/2005	6	1.589,0555555556	95,34333333
Amortização	20/01/2005	100,00	1.589,0555555556	1.589,0555555556

Cálculo:

$$P = \frac{95,34333333}{\left(1 + 0,0414 \cdot \frac{39}{360}\right)} + \frac{95,34333333}{\left(1 + 0,00396 \cdot \frac{219}{360}\right)} + \frac{95,34333333}{\left(1 + 0,0479 \cdot \frac{399}{360}\right)} + \frac{1.648,398888}{\left(1 + 0,056 \cdot \frac{579}{360}\right)}$$

$$P = 1.823,80$$

4.1.10. NTN-F (Nota do Tesouro Nacional – Série F)

A NTN-F é um título que não tem valor nominal indexado, e paga cupons semestrais sobre o valor nominal

Prazo	Definido pelo Ministério da Fazenda, quando da emissão do título.
Modalidade	Nominativa e negociável
Forma de Colocação	Oferta pública ou colocação direta, em favor do interessado.
Valor Nominal	Múltiplo de R\$1.000,00
Taxa de Juros	Definida pelo Ministério da Fazenda, quando da emissão do título, em porcentagem ao ano, aplicada sobre o valor nominal atualizado.
Amortização do Principal	Em parcela única, na data do vencimento.
Pagamento de Juros	Semestralmente, com ajuste no primeiro dia de fluência, quando couber. O primeiro cupom de juros a ser pago contemplará a taxa integral, a ser definida para seis meses, independente da data de emissão do título.

Fórmula de Preço

$$P = \sum_{i=0}^T \frac{1000 \cdot c_i}{(1 + r_{BR})^{\frac{du_i}{252}}} + \frac{1000}{(1 + r_{BR})^{\frac{du_i}{252}}}$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- du_i – dias úteis entre o instante de avaliação e a data do fluxo;
- T – data de maturidade do título;
- r_{BR} – taxa spot de juros nominal
- c_i – taxa de cupom do fluxo “i”;

4.1.11. NTN-H (Nota do Tesouro Nacional – Série H)

A NTN-H é um título que tem valor nominal indexado a TR, e não paga cupons semestrais sobre o valor nominal

Prazo	Definido pelo Ministério da Fazenda, quando da emissão do título.
Modalidade	Nominativa e negociável
Forma de Colocação	Oferta pública ou colocação direta, em favor do interessado.
Valor Nominal	Múltiplo de R\$1.000,00
Taxa de Juros	Definida pelo Ministério da Fazenda, quando da emissão do título, em porcentagem ao ano, aplicada sobre o valor nominal atualizado.
Amortização do Principal	Em parcela única, na data do vencimento.
Atualização do Valor Nominal	Índice calculado com base na Taxa Referencial (TR) desde a data-base até a data do vencimento do título.

Fórmula de Preço

$$P = \frac{TR_t}{TR_{db-1}} \cdot \frac{1000}{\left(1 + r_{TR_t}\right)^{\frac{du_i}{252}}}$$

onde:

P – preço teórico do título;

TR_t – número índice da TR na data de avaliação;

TR_{db} – número índice da TR na data-base menos um dia;

du_i – dias úteis entre o instante de avaliação e a data do fluxo;

T – data de maturidade do título;

r_{TR} – taxa spot de cupom de TR

4.1.12. NTN-I (Nota do Tesouro Nacional – Série I)

A NTN-I é um título que tem valor nominal indexado ao dólar PTAX,, e não paga cupons semestrais sobre o valor nominal

Prazo	Definido pelo Ministério da Fazenda, quando da emissão do título.
Modalidade	Emissões até 30 abril de 1997, nominativas e inalienáveis; posteriores a essa data, nominativas e negociáveis.
Forma de Colocação	Direta
Valor Nominal	Múltiplo de R\$ 1,00 (Valor nominal múltiplo de CR\$ 1.000,00 em abril de 1994).
Taxa de Juros	Definida pelo Ministro de Estado da Fazenda, quando da emissão, em porcentagem ao ano, aplicada sobre o valor
Amortização do Principal	Até a data de vencimento da correspondente parcela de juros do financiamento à exportação.
Pagamento de Juros	Nas mesmas condições do resgate do principal.
Atualização do Valor Nominal	Variação da cotação de venda do dólar dos Estados Unidos no mercado de câmbio de taxas livres, sendo consideradas as taxas médias dos dias úteis imediatamente anteriores à data-base e à data do vencimento do título.

Fórmula de Preço

$$P = \frac{DOL}{PTAX_{db-1}} \left[\sum_{i=0}^T \frac{1.00 \cdot CF_i}{\left(1 + r_{CC_i} \cdot \frac{dc_i}{360}\right)} + \frac{1000}{\left(1 + r_{CC_T} \cdot \frac{dc_T}{360}\right)} \right]$$

onde:

P – preço teórico do título;

DOL – dólar comercial venda da data de avaliação;

$PTAX_{db-1}$ – PTAX800 da data base menos um dia.

dc_i – dias corridos entre o instante de avaliação e a data do fluxo;

T – data de vencimento da correspondente parcela dos juros do financiamento à exportação

r_{CC} – taxa spot de cupom cambial

CF_i – fluxo de caixa a ser pago no prazo “i”;

4.1.13. NTN-P (Nota do Tesouro Nacional – Série P)

A NTN-P é um título que tem valor nominal indexado a TR,, e paga cupons semestrais de 6% aa sobre o valor nominal

Prazo	Mínimo de 15 anos
Modalidade	Nominativa e Negociável
Forma de Colocação	Oferta pública ou colocação direta, em favor do interessado.
Valor Nominal	Múltiplo de R\$ 1,00 (múltiplo de Cr\$ 1.000,00 em julho de 1993 e múltiplo de CR\$ 1.000,00 em setembro de 1993).
Taxa de Juros	6% a.a., aplicada sobre o valor nominal atualizado.
Pagamento de Juros	Na data de resgate do título
Amortização do Principal	Em parcela única, na data do vencimento.
Atualização do Valor Nominal	Índice calculado com base na Taxa Referencial (TR) desde a data-base até a data do vencimento do título.

Fórmula de Preço

$$P = \frac{TR_t}{TR_{db-1}} \left[\sum_{i=0}^T \frac{1,00 \cdot c_i}{(1 + r_{TR_t})^{\frac{du}{252}}} + \frac{1,00}{(1 + r_{TR_t})^{\frac{du}{252}}} \right]$$

onde:

P – preço teórico do título;

TR_t – índice TR na data de avaliação;

TR_{db-1} – índice TR da data base menos um dia.

du_i – dias úteis entre o instante de avaliação e a data do fluxo;

T – data de maturidade do título;

r_{TR} – taxa spot de cupom de TR

c_i – taxa de cupom do fluxo “i”;

4.1.14. NTN-R2 (Nota do Tesouro Nacional – Subsérie R2)

A NTN-R2 é um título que tem valor nominal indexado ao dólar PTAX,, e paga cupons semestrais de 12% aa sobre o valor nominal atualizado

Prazo	10 anos
Modalidade	Nominativa e Negociável
Forma de Colocação	Oferta pública ou colocação direta, em favor do interessado.
Valor Nominal	Múltiplo de R\$ 1.000,00 (múltiplo de CR\$ 1.000,00 em dezembro de 1993).
Taxa de Juros	12% a.a., aplicada sobre o valor nominal atualizado.
Pagamento dos Juros	Mensalmente.
Amortização do Principal	Em 10 parcelas anuais iguais e sucessivas
Atualização do Valor Nominal	Varição da cotação de venda do dólar dos Estados Unidos no mercado de câmbio de taxas livres, sendo consideradas as taxas médias dos dias úteis imediatamente anteriores à data-base e à data do vencimento do título.

Fórmula de Preço

$$P = \frac{DOL}{PTAX_{db-1}} \left[\sum_{i=0}^T \frac{B_i \cdot c_i}{\left(1 + r_{CC_i} \cdot \frac{dc_i}{360}\right)} + \frac{A_i}{\left(1 + r_{CC_i} \cdot \frac{dc_i}{360}\right)} \right]$$

onde:

P – preço teórico do título;

DOL – índice TR na data de avaliação;

$PTAX_{db-1}$ – índice TR da data base menos um dia.

dc_i – dias corridos entre o instante de avaliação e a data do fluxo;

T – data de maturidade do título;

r_{CC} – taxa spot de cupom cambial para o prazo “i”

c_i – taxa de cupom do fluxo “i”;

A_i – valor da amortização no instante “i”

B_i saldo da amortização no instante “i”

4.2. Títulos Públicos Federais - Banco Central

4.2.1. NBC-E

A NBC-E é um título que tem o valor nominal indexado ao dólar PTAX e paga cupons semestrais sobre o valor nominal atualizado.

Prazo	Definido pelo Banco Central quando da emissão do título.
Modalidade	Escritural, nominativa e negociável.
Forma de Colocação	Oferta pública.
Valor Nominal	Múltiplo de R\$ 1.000,00
Taxa de Juros	Definidos pelo emissor quando da emissão, em porcentagem ao ano.
Amortização do Principal	Em parcela única, na data do vencimento.
Atualização do Valor Nominal	Varição da cotação de venda do dólar dos Estados Unidos, no mercado de câmbio de taxas livres, sendo consideradas as taxas médias dos dias úteis imediatamente anteriores às datas base e do vencimento do título.
Pagamento de Juros	6% a.a. ou 12% a.a.
Negociação dos Juros	Semestralmente, com ajuste no primeiro período de fluência, quando couber. O primeiro cupom de juros a ser pago contemplará a taxa integral definida para seis meses, independente da data de emissão.

Na fórmula de avaliação a seguir, utiliza-se o dólar comercial venda, pois a taxa de desconto utilizada é a taxa de cupom cambial limpo e não a taxa de cupom cambial sujo, que carrega, em si, parte da variação cambial existente entre o PTAX do dia e a taxa do dólar no momento da avaliação do título.

Fórmula de Preço:

$$P = \frac{DOL}{PTAX_{db-1}} \left[\sum_{i=0}^T \frac{1000 \cdot CF_i}{\left(1 + r_{CC_i} \cdot \frac{dc_i}{360}\right)} + \frac{1000}{\left(1 + r_{CC_T} \cdot \frac{dc_T}{360}\right)} \right]$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- dc_i – dias corridos entre o instante de avaliação e a data do fluxo;
- T – data de maturidade do título;

- r_{cci} – taxa de cupom cambial para o prazo “i”;
 CF_i –fluxo de caixa a ser pago no prazo “i”;
 DOL – dólar comercial venda da data de avaliação;
 $PTAX_{db-1}$ – PTAX800 da data base menos um dia.

Exemplo de Cálculo:

Data de Avaliação: 11/06/2003
 Data de Emissão: 13/12/2000
 Data Base: 01/07/2000
 Data de Maturidade: 12/06/2005
 Valor Nominal: 1.000,00
 Cupom: 12% - Linear
 Dias corridos entre a data de avaliação e a maturidade: 842
 PTAX na data base: 1,80
 PTAX na data de avaliação: 2,8603

Evento	Data	% Pagamento	VNA	Valor a Receber
Juros	13/10/2003	6,00	1.589,0555555556	95,34333333
Juros	13/04/2004	6,00	1.589,0555555556	95,34333333
Juros	13/10/2004	6,00	1.589,0555555556	95,34333333
Juros	13/04/2005	6,00	1.589,0555555556	95,34333333
Juros	13/10/2005	6,00	1.589,0555555556	95,34333333
Amortização	13/10/2005	100,00	1.589,0555555556	1.589,0555555556

Cálculo:

$$P = \frac{95,34333333}{\left(1 + 0,0323 \cdot \frac{122}{360}\right)} + \frac{95,34333333}{\left(1 + 0,0434 \cdot \frac{302}{360}\right)} + \frac{95,34333333}{\left(1 + 0,0516 \cdot \frac{482}{360}\right)} + \frac{95,34333333}{\left(1 + 0,0598 \cdot \frac{662}{360}\right)} + \frac{1.648,398888}{\left(1 + 0,0674 \cdot \frac{842}{360}\right)}$$

$$P = 1.816,34$$

4.2.2. NBC-F

A NBC-E é um título que tem o valor nominal indexado ao dólar PTAX e paga cupons semestrais sobre o valor nominal atualizado.

Prazo	Mínimo de 3 meses
Modalidade	Nominativa.
Forma de Colocação	Oferta pública.
Valor Nominal	Múltiplo de R\$ 1.000,00
Taxa de Juros	6 % aa sobre o valor nominal ajustado
Amortização do Principal	Em parcela única, na data do vencimento.
Atualização do Valor Nominal	Varição da cotação de venda do dólar dos Estados Unidos, no mercado de câmbio de taxas livres, sendo consideradas as taxas médias dos dias úteis imediatamente anteriores às datas base e do vencimento do título.
Pagamento de Juros	Semestralmente, com ajuste no primeiro período de fluência, quando couber.

Na fórmula de avaliação a seguir, utiliza-se o dólar comercial venda, pois a taxa de desconto utilizada é a taxa de cupom cambial limpo e não a taxa de cupom cambial sujo, que carrega, em si, parte da variação cambial existente entre o PTAX do dia e a taxa do dólar no momento da avaliação do título.

Fórmula de Preço:

$$P = \frac{DOL}{PTAX_{db-1}} \left[\sum_{i=0}^T \frac{1000 \cdot CF_i}{\left(1 + r_{cc_i} \cdot \frac{dc_i}{360}\right)} + \frac{1000}{\left(1 + r_{cc_T} \cdot \frac{dc_T}{360}\right)} \right]$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- dc_i – dias corridos entre o instante de avaliação e a data do fluxo;
- T – data de maturidade do título;
- r_{cci} – taxa de cupom cambial para o prazo “i”;
- CF_i –fluxo de caixa a ser pago no prazo “i”;
- DOL – dólar comercial venda da data de avaliação;
- $PTAX_{db-1}$ – PTAX800 da data base menos um dia.

4.3. Debêntures

São títulos de crédito representativos de empréstimos que as companhias fazem junto a terceiros e que assegura a seus detentores direito contra a

emissora, nas condições constantes da escritura de emissão. Existem dois tipos de debêntures: Conversíveis: - são aquelas que permitem aos seus detentores, observados os prazos e condições constantes da escritura de emissão, converter seus títulos em ações de emissão da própria empresa - e. Simples: são aquelas que não dispõem de mecanismo acima descritos.

As debêntures podem estar indexadas, pagar juros, amortização, prêmios, ou simplesmente ser um “zero” (paga tudo na maturidade) Os principais indexadores são:

- ANBID
- CDI
- TJLP
- INPC
- TR
- IGPM

Exemplo:

1) Debênture indexada ao CDI com pagamento de Juros

Data de Emissão	01/03/2002
Data de Maturidade	01/03/2007.
Spread	$S = \left(1 + \frac{b}{100}\right)^{1/252}$, onde b é o fator de spread determinado na escritura igual a 1,75%
Valor Nominal	R\$ 10.000,00
Amortização do Principal	Em parcela única, na data do vencimento.
Capitalização do Valor Nominal	CDI + Spread
Pagamento de Juros	Semestralmente de acordo com programação determinada na escritura

Calendário de Eventos:

Data	Evento
01/09/2003	Juros
01/03/2004	Juros
01/09/2004	Juros
01/03/2005	Juros
01/09/2005	Juros
01/03/2006	Juros
01/09/2006	Juros
01/03/2007	Juros
01/03/2007	Pagamento do Principal

Fórmula de Preço

$$J = \left\{ VN \cdot \left[\prod_{j=1}^{J=i} fwd_{CDI} \right] \cdot (S) - 1 \right\} - VN$$

Exemplo de Cálculo dos Juros:

Data	Foward	Taxa Diária CDI	CDI x Fator Spread	Fator Diário	Eventos	Capitalização	Fluxo
29/08/2003	25,499%	0,090%	0,00009018	1,0009018	Nenhum	13.595,88	-
01/09/2003	25,482%	0,090%	0,0009012	1,0009012	Juros	13.608,13	1.117,82

$$P = \sum \frac{J_i}{(1 + r_{BR_i})^{252}} + \frac{VN}{(1 + r_{BR_t})^{252}}$$

onde:

J_i valor dos juros no instante “i”

P preço do título

VN – valor nominal

$\prod_{j=1}^{j=n}$ – produtório dos forwards de CDI

n – número de dias úteis contidos entre o início e fim de cada período de capitalização

S – spread diário

fwd_{CDI} – taxa forward de CDI

r_{BR} taxa spot de juros nominal

- 2) Debênture indexada ao CDI com pagamento de juros e amortização:

Data de Emissão	05/11/2001
Data de Maturidade	05/11/2003.
Spread	$S = \left(1 + \frac{b}{100}\right)^{1/252}$, onde b é o fator de spread determinado na escritura igual a 1,80%
Valor Nominal	R\$ 1.000,00
Amortização do Principal	Em duas parcelas de 50%, sendo a primeira em 05/11/2002 e a segunda na data de maturidade
Capitalização do Valor Nominal	CDI + Spread
Pagamento de Juros	Semestralmente de acordo com programação determinada na escritura

Calendário de Eventos:

Data	Evento
05/05/2002	Juros
05/11/2002	Juros + Amortização
05/05/2003	Juros
05/11/2003	Juros + Amortização

Fórmula de Preço

$$J = \left\{ B_i \cdot \left[\prod_{j=1}^{J=i} fwd_{CDI} \right] \cdot (S) - 1 \right\} - B_i$$

Exemplo de Cálculo dos Juros + Amortização

Data	CDI	Taxa Diária CDI	CDI x Fator Spread	Fator Diário	Eventos	Capitalização	Fluxo
04/11/2002	20,81%	0,0750%	0,0751%	1,0007505	Nenhum	1.192,09	-
05/11/2002	20,82%	0,07508%	0,07509%	1,0007509	Juros + Amortização	1.192,98	192,98
06/11/2002	20,83%	0,07511%	0,07512%	1,0007512	-	500,38	-

$$P = \sum \frac{J_i}{(1 + r_{BRi})^{252}} + \frac{B_i}{(1 + r_{BRi})^{252}}$$

onde:

J_i valor dos juros no instante “i”

P preço do título

B_i – saldo do valor nominal no instante “i”

$\prod_{j=1}^{j=n}$ – produtório dos forwards de CDI

n – número de dias úteis contidos entre o início e fim de cada período de capitalização

S – spread diário

fwd_{CDI} – taxa forward de CDI

r_{BR} taxa spot de juros nominal

- 3) Debênture indexada ao IGPM com pagamento de juros e amortização:

As debêntures indexadas ao IGPM tem sua precificação similar a da NTN-C.

Data de Emissão	01/05/2000
Data de Maturidade	01/05/2003.
Valor Nominal	R\$ 100.000,00
Amortização do Principal	Em duas parcelas de 50% , sendo a primeira em 01/05/2002 e a segunda na data de maturidade
Atualização do Valor Nominal	IGPM
Juros	13 % aa incidentes sobre o valor não amortizado da debênture atualizado desde a data de emissão.
Pagamento de Juros	Semestralmente de acordo com programação determinada na escritura

Calendário de Eventos:

Data	Evento
01/05/2001	Juros
01/05/2002	Juros + Amortização
01/05/2003	Juros + Amortização

Fórmula de Preço

$$J = VNA \cdot \left\{ \left[\left(1 + \frac{13}{100} \right)^{\frac{dc}{360}} \right] - 1 \right\}$$

$$P = \frac{IGPM_t}{IGPM_{db}} \cdot \left[\sum_{i=0}^T \frac{VNA \cdot j_i}{(1 + r_{IGPM_i})^{\frac{du_i}{252}}} + \frac{B_i}{(1 + r_{IGPM_i})^{\frac{du_i}{252}}} \right]$$

onde:

P – preço teórico do título;

VNA - valor nominal ou saldo do valor nominal atualizado não amortizado, conforme o caso;

B_i - saldo do valor nominal no instante “i”

$IGPM_i$ – número índice do IGPM na data de avaliação;

$IGPM_{db}$ – número índice do IGPM na data-de emissão do título;

du_i – dias úteis entre o instante de avaliação e a data do fluxo;

dc_i – dias corridos entre os fluxos;

r_{IGPM} – taxa spot de cupom de IGPM;

j_i – taxa de cupom do fluxo “i”;

4.4. Derivativos BOVESPA

Derivativo é um contrato cujo valor tem por base a performance do ativo financeiro subjacente, índice ou qualquer outro investimento.

4.4.1. Opção

Contrato pelo qual o comprador tem o direito, mas não a obrigação, de comprar ou vender um ativo real ou título financeiro por um preço pré-determinado, dentro de um certo prazo.

4.4.1.1. Opções Européias sobre ações

A opção só pode ser exercida na data de maturidade.

4.4.1.2. Opções Americanas sobre ações

Esse contrato pode ser exercido a qualquer momento, tendo como data limite a data de vencimento. Essas opções podem ser avaliadas pelo modelo Cox-Ross-Rubinstein.

4.5. Derivativos BM&F

4.5.1. Contrato a Termo

Contrato em que uma das partes se obriga a comprar e a outra a vender (entregar) certa quantidade de um ativo (também chamado de ativo subjacente), em uma data futura acertada e a um preço previamente estabelecido. O preço negociado é denominado preço a termo (forward).

4.5.1.1. Termo de Cupom DIxIGPM

O cupom de IGP-M é definido pela diferença entre a acumulação das taxas médias diárias de Depósitos Interfinanceiros de um dia e a variação do Índice Geral de Preços do Mercado (IGP-M). A acumulação das taxas médias diárias de Depósitos Interfinanceiros de um dia é apurada pela CETIP, para o período compreendido entre a data de negociação, inclusive, e a data de vencimento do contrato, exclusive. A variação do Índice Geral de Preços do Mercado (IGP-M) é calculado pela Fundação Getúlio Vargas (FGV), ao longo do período compreendido entre a data de negociação, inclusive, e a data de vencimento do contrato, exclusive.

$$P = VN \cdot \frac{1}{(1 + r_{IGPM} + s)^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- du – dias úteis entre a data de avaliação e a data de maturidade;
- r_{IGPM} – taxa spot de cupom de IGPM;
- s – *spread*;
- VN – Valor Nocial (R\$1.000.000,00).

Exemplo de Cálculo:

FWD DMAF402
 Data de Avaliação: 11/06/2003
 Data de Maturidade: 02/01/2004
 Valor Nocial: 1.000.000,00
 Taxa spot de cupom de IGPM: 12,23974%
 Dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade: 144

$$P = 1.000.000,00 \cdot \frac{1}{(1 + 0,1223974)^{\frac{144}{252}}}$$

$$P = 936.148,54$$

4.5.1.2. Termo de DII

O objeto de negociação é a taxa de juros efetiva de Depósitos Interfinanceiros (DI), definida pela acumulação das taxas médias diárias de DI de um dia, calculadas pela Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos (CETIP), para o período compreendido entre o dia da operação, inclusive, e a data de vencimento, exclusive.

$$P = VN \cdot \frac{1}{(1 + r_{BR} + s)^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- du – dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade;
- r_{BR} – taxa spot de juros nominais para “du” dias úteis;
- s – *spread*;
- VN – Valor Nocial (R\$1.000.000,00).

Exemplo de Cálculo:

FWD DIAJ481
Data de Avaliação: 11/06/2003
Data de Maturidade: 19/04/2004
Valor Nocial: 1.000.000,00
Taxa spot de Juros nominal: 22,654%
Dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade: 217

$$P = 1.000.000,00 \cdot \frac{1}{(1 + 0,22654)^{\frac{217}{252}}}$$
$$P = 838.752,929$$

4.5.2. Futuros BM&F

Tipo particular de contrato a termo em que uma parte se obriga a comprar e a outra a vender certa quantidade do ativo, em data futura conhecida, a um preço pré-determinado, sob duas condições: é negociado em bolsa e os ganhos e perdas são recebidos/pagos através do processo de ajuste (*mark-to-market*), em que a operação tem seu preço atualizado a mercado.

4.5.2.1. Futuro de DI (DI1)

A negociação tem por base a taxa de juros efetiva até o vencimento do contrato, definida pela acumulação das taxas diárias de DI no período compreendido entre a data de negociação, inclusive, e o último dia de negociação do contrato, inclusive.

$$P = VN \cdot \frac{1}{(1 + r_{BR} + s)^{\frac{du}{252}}} \cdot p$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- p – valor em reais dos pontos de DI;
- du – dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade;
- r_{BR} – taxa spot de juros nominais para “du” dias úteis;
- s – *spread*;
- VN – Valor Nocial (100.000 pontos).

Exemplo de Cálculo:

Futuro DI1ABR0
 Data de Avaliação: 11/06/2003
 Data de Maturidade: 01/04/2010
 Valor Nocial: 100.000,00
 Taxa spot de juros nominal: 22,734%
 Dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade: 1.711,00

$$P = 100.000,00 \cdot \frac{1}{(1 + 0,22734)^{\frac{1171}{252}}}$$

$$P = 24.855,82$$

4.5.2.2. Futuro de Cupom Cambial (DDI)

Tem como objetivo de negociação o diferencial entre a taxa de juros efetiva, taxa de Depósitos Interfinanceiros-DI, e a variação cambial medida pela taxa de câmbio de reais por dólar dos Estados Unidos.

$$P = VN \cdot \frac{1}{\left[1 + (r_{CC} + s) \cdot \frac{dc}{360}\right]}$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- dc – dias corridos entre a data de avaliação e a maturidade
- r_{CC} – taxa spot de cupom cambial para o prazo de vencimento do título;
- s – *spread*;
- VN – Valor Nocial (US\$ 100.000,00).

Exemplo de Cálculo:

Futuro DDIJAN8

Data de Avaliação: 11/06/2003

Data de Maturidade: 02/01/2008

Valor Nocial: 100.000,00

Taxa spot de cupom cambial: 8,425%

Dias corridos entre a data de avaliação e a maturidade: 1.666

$$P = 100.000,00 \cdot \frac{1}{\left(1 + 0,08425 \cdot \frac{1666}{360}\right)}$$

$$P = 71.948,51$$

4.5.2.3. Futuro de DI Longo (DIL)

O objeto de negociação é o Contrato Futuro de Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia (DI1), com vencimento no sexto mês posterior ao mês de vencimento desse contrato.

$$P = VN \cdot \frac{1}{(1 + r_{BR} + s)^{\frac{du}{252}}} \cdot p$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- p – valor em reais dos pontos de DI;
- du – dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade;
- r_{BR} – taxa spot de juros nominais para “du” dias úteis;
- s – *spread*;
- VN – Valor Nocial.

Exemplo de Cálculo:

Data de Avaliação: 11/06/2003
Data de Maturidade: 01/10/2003
Valor Nocial: 100.000,00
Taxa spot de juros nominal: 24,145%
Dias corridos entre a data de avaliação e a maturidade: 112

4.5.2.4.

$$P = 100.000,00 \cdot \frac{1}{(1 + 0,24145)^{\frac{112}{252}}}$$
$$P = 90.835,0949$$

Futuro de Dólar (DOL)

Negocia-se a taxa de câmbio de reais por dólar dos Estados Unidos.

$$P = \left[\frac{(1 + r_{BR})^{\frac{du}{252}}}{(1 + r_{US})^{\frac{dc}{360}}} \right] \cdot PTAX_T \cdot Lote$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- du – dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade;
- r_{BR} – taxa spot de juros nominais para “du” dias úteis;
- dc – dias corridos entre a data de avaliação e a maturidade
- r_{US} – taxa spot de juros americana para “dc” dias corridos

$PTAX_T$ – PTAX na data de avaliação do título

$Lote$ – equivalente a 1000 unidades do contrato.

Exemplo de Cálculo:

Futuro DOLJAN4

Data de Avaliação: 11/06/2003

Data de Maturidade: 02/01/2004

Taxa spot de juros nominal: 23,0603798%

Dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade: 144

Taxa spot de libor: 1,067222%

Dias corridos entre a data de avaliação e a maturidade: 205

$$P = 1.000 \cdot 2,87 \cdot \left[\frac{(1 + 0,23603798)^{\frac{144}{252}}}{(1 + 0,0167222)^{\frac{205}{360}}} \right]$$

$$P = 3.219,03$$

4.5.2.5. Futuro de IGPM

Negocia-se o Índice Geral de Preços (IGPM) expresso em número de pontos.

$$P = VF \cdot \frac{1}{(1 + r_{IGPM} + s)^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

P – preço teórico do título;

du – dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade;

r_{BR} – taxa spot de juros nominais para “du” dias úteis;

r_{IGPM} – taxa spot de cupom de IGPM para “du” dias úteis

s – *spread*;

VF – valor futuro;

$$VF = S(1 + r_{BR})^{\frac{du}{252}}$$

S – Valor à vista do ativo base (Neste caso, número de pontos de IGPM multiplicado pelo valor em reais de cada ponto).

4.5.2.6. Futuro de IBOVESPA

Negocia o índice de ações da Bolsa de Valores de São Paulo (Índice Bovespa).

$$P = V_{IND} \cdot \frac{1}{(1 + r_{BR} + s)^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- du – dias úteis entre o instante de avaliação e a data do fluxo;
- r_{BR} – taxa spot de juros nominais para “du” dias úteis;
- s – *spread*;
- V_{IND} – valor, em pontos, do ibovespa na data de avaliação

Exemplo de Cálculo:

Futuro INDAGO3
Data de Avaliação: 11/06/2003
Data de Maturidade: 13/08/2003
Taxa spot de juros nominal: 25,53167%
Dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade: 44

$$P = 13.876 \cdot \frac{1}{(1 + 0,2553167)^{\frac{44}{252}}}$$
$$P = 14.438,00$$

4.5.2.7. Futuro de Cupom de IGPM x DI

Negocia a taxa de Cupom de IGPM como denominado na BMF

$$P = VN \cdot \frac{1}{(1 + r_{IGPM} + s)^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- p – valor em reais do ponto de IGPM
- du – dias úteis entre o instante de avaliação e a data do fluxo;
- r_{IGPM} – taxa spot de cupom de IGPM para “du” dias úteis;
- s – *spread*;
- VN – Valor Nocial (100.000 pontos)

Exemplo de Cálculo:

Futuro DDMJAN6
Data de Avaliação: 11/06/2003
Data de Maturidade: 02/01/2006
Taxa spot de juros nominal: 11,757%
Dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade: 647

$$P = 100.000 \cdot \frac{1}{(1 + 0,11757)^{\frac{647}{252}}}$$
$$P = 76.812,72$$

4.5.3. Forward Rate Agreements

É uma operação que negocia o juro a termo, ou seja, a taxa de juro em uma data futura, para um determinado período de tempo. Um FRA de DI ou de Cupom pode ser negociado operando-se dois vencimentos distintos dos respectivos contratos. A seguir, são apresentados os principais tipos de FRA.

4.5.3.1. FRC

É uma operação estruturada, negociada como um contrato, mas gerando posições no DDI., de natureza de compra ou de venda.

Ponta Curta: (Vencimento Base)

$$PC = VN \cdot \frac{1}{\left[1 + (r_{CC} + s) \cdot \frac{dc_1}{360} \right]}$$

Ponta Longa: (Vencimento Longo)

$$PL = VN \cdot \frac{1}{\left[1 + (r_{CC} + s) \cdot \frac{dc_2}{360} \right]}$$

$$P = PL - PC$$

onde:

P – preço teórico do título;

PC – preço da ponta curta

PL – preço da ponta longa

dc_1 – dias corridos entre o instante de avaliação e o vencimento do contrato
DDI da ponta curta

dc_2 – dias corridos entre o instante de avaliação e o vencimento do contrato
DDI da ponta longa

r_{CC} – taxa spot de cupom cambial para “dc” dias corridos

tj – taxa da operação, especificada pela BMF.

s – *spread*;

VN – Valor Nocial (US\$ 50.000)

4.5.3.2. FRM

FRA de Cupom DI x IGP-M não representa um contrato, mas uma operação estruturada que gerará duas operações no Contrato Futuro de Cupom de DI x IGP-M, com natureza – compra ou venda –, quantidades e vencimentos distintos. A principal vantagem do FRA de Cupom de DI x IGP-M está na negociação de taxas de juro de longo prazo sem a influência da taxa de inflação corrente, cuja fração de prazo até a data de operação acaba afetando a rentabilidade do título mediante a denominada taxa pro rata.

Ponta Curta: (Vencimento Base)

$$PC = VN \cdot \frac{1}{[1 + (r_{IGPM} + s)]^{\frac{du_1}{252}}}$$

Ponta Longa: (Vencimento Longo)

$$PL = VN \cdot \frac{1}{[1 + (r_{IGPM} + s)]^{\frac{du_2}{252}}}$$

$$P = PL - PC$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- PC preço da ponta curta
- PL preço da ponta longa
- du_1 – dias úteis entre o instante de avaliação e o vencimento do contrato futuro cupom IGPM da ponta curta
- du_2 – dias úteis entre o instante de avaliação e o vencimento do contrato futuro cupom IGPM da ponta longa
- r_{IGPM} – taxa spot de cupom IGPM para “du” dias úteis
- tj – taxa da operação, especificada pela BMF.
- s – *spread*;
- VN – Valor Nocial (100.000 pontos)

4.5.3.3. Swap (Contratos a Termo de Troca de Rentabilidade)

Contrato em que duas partes permutam fluxos de caixa associados a um determinado valor referencial (denominado *nominal*) ao longo de um certo período. A seguir, são apresentados os principais perfis de rentabilidade que podem ser permutados por meio de um swap.

4.5.3.4. PRÉ

Taxa pré-fixada, em relação a outra variável negociada no contrato, expressa em percentual ano.

Valor da Posição:

$$VMS = VNS \cdot \frac{(1 + tj)^{\frac{du_{TOTAL}}{252}}}{(1 + r_{BR} + s)^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

- VMS – valor de mercado do swap na data de avaliação;
- VNS – valor nominal do swap, na data de negociação;
- tj – taxa de juros pré-fixada, negociada entre as partes, expressa em percentual ao ano, base 252 dias úteis, com até seis casas decimais;
- r_{BR} – taxa spot de juro nominal para “ du ” dias úteis;
- s – *spread*;
- du – número de dias úteis existentes entre a data de avaliação e o vencimento do swap;
- du_{total} – número de dias úteis totais da operação, compreendidos entre a data-base, inclusive, e a data de vencimento da operação;
- s – *spread*;

4.5.3.5. IGPM

A correção do valor tem por base o Índice Geral de Preços de Mercado definido e divulgado pela Fundação Getúlio Vargas. O cálculo do valor de mercado, apresentado a seguir, será função da projeção do fator acumulado de IGPM, da data de avaliação até a data de vencimento do swap.

$$VMS = VNS \cdot \frac{IGPM_t}{IGPM_i} \cdot \frac{(1 + tj)^{\frac{du}{252}}}{(1 + r_{IGPM} + s)^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

VMS – valor de mercado do swap na data de avaliação;

VNS – valor nominal do swap na data de negociação;

$IGPM_i$ – índice IGPM na data de emissão do swap

$IGPM_t$ – índice IGPM na data de avaliação

tj – taxa de juros efetiva, negociada entre as partes, expressa em percentual ao ano, base 252 dias úteis, com até seis casas decimais;

du – número de dias úteis existentes entre a data de avaliação e o vencimento do swap;

r_{IGPM} – taxa spot de cupom de IGPM para du dias úteis;

s – *spread*;

4.5.3.6. DI1

A correção do valor tem por base a Taxa Média de Depósitos Interfinanceiros de Um Dia (DI), definida e divulgada pela Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos (CETIP). O cálculo do, valor de mercado, apresentado a seguir, será função da projeção do fator acumulado do DI, da data de avaliação até a data de vencimento do swap.

$$VMS = VNS \cdot \frac{\left((fwd - 1) \cdot \frac{p}{100} + 1 \right) \cdot \left(1 + \frac{tj}{100} \right)^{\frac{du}{252}}}{(1 + r_{BR} + s)^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

VMS – valor de mercado do swap na data de avaliação;

VNS – valor nominal do swap na data de negociação;

fwd – fator forward para o período compreendido entre a data de avaliação e a data de vencimento, é determinado por $fwd = (1 + r_{BR})^{\frac{du}{252}}$;

p – percentual a ser aplicado à taxa diária de DI, negociado entre as partes e sujeito a limites e condições estabelecidos pela BM&F;

tj – taxa de juros efetiva, negociada entre as partes, expressa em percentual ao ano, base 252 dias úteis, com até seis casas decimais;

du – número de dias úteis existentes entre a data de emissão e o vencimento do swap;

r_{BR} – taxa spot de juro nominal para du dias úteis;

s – *spread*;

4.5.3.7. DOL

A correção do valor tem por base a taxa de câmbio de reais por dólar dos Estados Unidos da América. É negociada no segmento de taxas livremente pactuadas, contratada nos termos da Resolução 1690/1990, do Conselho Monetário Nacional (CMN) e é apurada e divulgada pelo Banco Central do Brasil (Bacen), para liquidação em dois dias.

O valor da parte dólar do swap é dada por:

$$VMS = VNS \cdot \frac{DOL}{PTAX} \cdot \frac{\left(1 + tj \cdot \frac{dc_{total}}{360}\right)}{\left(1 + (r_{CC} + s) \cdot \frac{dc}{360}\right)}$$

onde:

- VMS* – valor de mercado do swap na data de avaliação;
- VNS* – valor nominal do swap na data de negociação;
- tj* – taxa de juros negociada entre as partes, expressa em percentual ao ano, base linear/360 dias corridos, com até seis casas decimais;
- PTAX* – taxa de câmbio de reais por dólar dos Estados Unidos, relativa ao dia útil anterior à data-base do contrato, observada a opção de referência negociada;
- DOL* – taxa de câmbio de reais por dólar dos Estados Unidos, relativa ao dia da avaliação, observada a opção de referência negociada;
- dc* – número de dias corridos, compreendidos entre a data de avaliação, inclusive, e a data de vencimento;
- dc_{total}* – número de dias corridos, compreendidos entre a data-base, inclusive, e a data de vencimento do título;
- r_{CC}* – taxa spot de cupom cambial para “dc” dias corridos;
- s* – *spread*;

4.5.3.8. TR

A correção do valor tem por base a Taxa Referencial (TR), apurada e divulgada pelo Banco Central do Brasil (Bacen), segundo metodologia por ele definida nas Leis 8177, de 1º de março de 1991, e 8660, de 28 de maio de 1993, na Resolução 2437, de 30 de outubro de 1997, do Conselho Monetário Nacional (CMN), e na Circular 2456, de 28 de julho de 1994, do Bacen. O valor da parte em TR do swap é dada por:

$$VMS = VNS \cdot F \cdot \frac{(1 + tj)^{\frac{du_{total}}{252}}}{(1 + r_{TR} + s)^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

a) Fator de correção diário:

a.1) Para o período compreendido entre a data-base, exclusive, e a primeira data de aniversário, inclusive:

$$f_i = \left(\frac{TR_{db}}{100} + 1 \right)^{\frac{1}{du}}$$

a.2) Para o período que se inicia na primeira data de aniversário, exclusive:

$$f_i = \left(\frac{TR_a}{100} + 1 \right)^{\frac{1}{du}}$$

b) Fator de correção acumulado:

$$F = \prod_{j=1}^t (f_j)$$

VMS – valor de mercado do swap na data de avaliação;

VNS – valor nominal do swap, na data de negociação;

f_i – fator de correção diário, relativo ao período “i”;

F – fator de correção acumulado do período que vai de 1(data base) a “i”;

tj – taxa de juros efetiva negociada entre as partes, expressa em percentual ao ano, base 252 dias úteis, com até seis casas decimais;

TR_{db} – TR relativa à data-base do contrato;

TR_a – TR referente à última data de aniversário, em relação à data de atualização;

du – número de dias úteis (saques-reserva) existente no período para o qual a TR, utilizada no cálculo, se refere;

du_{total} – número de dias úteis totais da operação, compreendidos entre a data-base, inclusive, e a data de vencimento da operação;

s – *spread*;

r_{TR} – taxa spot – cupom de TR;

4.5.4. Opção BM&F

É o contrato pelo qual o comprador tem o direito (mas não a obrigação) de comprar ou vender um ativo, real ou financeiro, por um preço determinado, dentro de um período de tempo.

4.5.4.1. Opção Futuro de IBOVESPA

O objeto da negociação é o contrato futuro de IBOVESPA, negociado na BM&F, com vencimento no mesmo mês de vencimento da opção.

Essa opção tanto pode ser Americana como Européia, *call* ou *put*. Caso a opção seja da forma americana será avaliada através de um modelo binomial, caso seja da forma européia, será avaliada através do Modelo Black76 (Apêndice de Fórmulas para Opções – Modelo Black76).

4.5.4.2. Opção Dólar

Negocia-se a taxa de câmbio de reais por dólar dos Estados Unidos, para entrega pronta. Esse tipo de opção é da forma europeia, *Call* ou *Put*.

Fórmula de Preço:

- Consultar o Apêndice de Fórmulas de Opções (Modelo de *Garman*)

4.5.4.3. Opção Futuro de Dólar

É negociado o contrato futuro de taxa de câmbio de reais por dólar comercial, com vencimento no mês de vencimento da opção.

Essa opção é da forma européia, call ou put.

Fórmula de Preço:

- Consultar o Apêndice de Fórmulas de Preço de Opções (Modelo de *Garman*)

4.6. Títulos da Dívida USD

4.6.1. Preço Sujo e Preço Limpo

Preço sujo (*dirty price* ou *cash price*) e preço limpo (*clean price*) distinguem-se pelo chamado juros “acruados” (*accrued interest*). O preço sujo é o calculado pelo processo de marcação a mercado a partir do desconto dos fluxos a valor presente. O preço limpo leva em conta que um investidor, que tenha mantido o título em carteira, deva receber a pró-rata dos juros, mais amortizações, mais capitalizações a serem pagas na próxima data de cupom. Referem-se ao período compreendido entre o último pagamento de cupom e a data de negociação (data de liquidação: D+3 dias úteis).

Estaremos tratando, nesse documento, do cálculo dos preços sujos (*cash prices*).

4.6.2. Global Bonds

Podemos considerar os seguintes exemplos de Global Bonds:

- Federative Republic of Brazil (Global) 8.875% 11-05-01;
- Federative Republic of Brazil (Global) 14.500% 10-15-09;
- Federative Republic of Brazil (Global) 12.750% 01-15-20;
- Federative Republic of Brazil (Global) 10.125% 05-15-27; e
- Federative Republic of Brazil 11.000% 08-17-40.

Fórmula de Preço

$$P = \sum \frac{CF_i}{[1 + (r_{US_i} + s)]^{\frac{dc_i}{360}}} + \frac{VN}{[1 + (r_{US_T} + s)]^{\frac{dc_T}{360}}};$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- dc_i – dias corridos entre a data de avaliação e a data do fluxo;
- r_{US_i} – taxa *spot* de juros americana para o prazo “i”;
- r_{US_T} – taxa *spot* de juros americana na maturidade;
- s – *spread* do título;
- VN – valor nominal;
- CF_i – cupom de juros pagos na data “i”.

4.6.3. Brady Bonds

Até meados da década de 80, a dívida externa brasileira era representada, principalmente, por empréstimos bancários. Com sua renegociação pelo chamado Plano Brady de 1992, essa dívida foi trocada por títulos de valores relativamente pequenos que atualmente constituem propriedade dos mais diversos investidores pelo mundo. Esses títulos são chamados de Brady Bonds ou Bradies.

A seguir estão descritos alguns dos principais *bradies* emitidos pelo governo Brasileiro:

4.6.3.1. Brazil Capitalization Bond (C) 8.000% 04-15-14

O C-Bond é um título caracterizado por fluxos conhecidos e não constantes que se dividem em juros e amortizações. Esse título paga cupons de 8%, parte efetivamente pagos semestralmente e parte sob a forma de capitalizações, segundo o seguinte cronograma:

Anos	Juros	Capitalização
1-2	4.00%	4.00%
3-4	4.50%	3.50%
5-6	5.00%	3.00%
7-20	8.00%	0.00%

Outro cronograma relevante é o das amortizações, com início em abril de 2004, gerando 21 fluxos de 5,86%, pagos semestralmente.

Fórmula de Preço.

$$P = \sum \frac{A_i}{(1 + r_{USi} + s)^{\frac{dc_i}{360}}} + \sum \frac{C_i}{(1 + r_{USi} + s)^{\frac{dc_i}{360}}},$$

onde:

$$A_i = B_{i-1} \times a_i$$

$$B_i = \begin{cases} \left(1 + c_i \cdot \frac{dc_i}{360}\right) \cdot B_{i-1}, & \text{para o período de capitalização} \\ B_{i-1} - A_i, & \text{para o período de amortizações.} \end{cases}$$

$$C_i = B_{i-1} \times \frac{c_i}{100}$$

- P – preço teórico do título;
- dc_i – número de dias corridos entre o instante da avaliação e a data do pagamento do fluxo considerando a convenção (ACT/360);
- r_{USi} – taxa *spot* de juros americana para o prazo “ i ”;
- s – *spread* do título;
- CF_i – cupom de juros pagos na data “ i ”;
- A_i – valor da amortização no instante “ i ”;
- C_i – valor de cupom no instante “ i ”;
- B_{i-1} – é o saldo da amortização, ou seja, o quanto resta para amortizar, no instante “ $i-1$ ”;
- a_i – a taxa de amortização no período “ i ”;
- c_i – a taxa de cupom no período “ i ”.

4.6.3.2. Brazil Debt Conversion Bond (DCB) 6 month Libor+87.5 bps 04-15-12

O DCB é um título *floater* que paga cupons com base na LIBOR de 6 meses mais uma margem de 0.875% (ou 87.5 pontos base). Seu cronograma de amortizações prevê 17 pagamentos iguais de 5.88%, até o seu vencimento.

Fórmula de Preço

$$P = \sum \frac{A_i}{(1 + r_{US_i} + s)^{\frac{dc_i}{360}}} + \sum \frac{C_i}{(1 + r_{US_i} + s)^{\frac{dc_i}{360}}},$$

onde:

$$A_i = B_{i-1} \cdot a_i$$

$$B_i = B_{i-1} - A_i$$

$$C_i = c_i \cdot \frac{dc_i}{360} \cdot B_{i-1}$$

P – preço teórico do título;

dc_i – número de dias corridos entre o instante da avaliação e a data do pagamento do fluxo considerando a convenção (ACT/360);

r_{US_i} – taxa *spot* de juros americana para o prazo “i”;

s – *spread* do título;

CF_i – cupom de juros pagos na data “i”;

A_i – valor da amortização no instante “i”;

C_i – valor de cupom no instante “i”;

B_{i-1} – é o saldo da amortização, ou seja, o quanto resta para amortizar, no instante “i-1”;

a_i – a taxa de amortização no período “i”;

c_i – a taxa de cupom no período “i” (LIBOR 6 meses + 7/8%).

4.6.3.3. Brazil Discount (DISC) 6 month Libor + 81.25bps 04-15-24

O Discount Bond é um título *floater* que paga cupons com base na LIBOR de 6 meses mais uma margem de 0.8125% (ou 81.25 pontos base). Seu cronograma de amortizações prevê um único pagamento na maturidade – pagamento *bullet*.

Uma importante característica desse título é o conjunto de garantias que possui junto ao Tesouro Americano – colaterais. As garantias modificam um pouco a fórmula de cálculo do valor do título. Uma vez que os colaterais são títulos do Tesouro Americano, as parcelas por eles garantidas devem ser descontadas apenas pela curva *spot* americana, sem considerar o spread de risco Brasil. As demais parcelas serão descontadas pela taxa *spot* americana mais o *spread*, pois não contam com garantias.

Fórmula de Preço:

$$P = \sum_{j=1}^k \frac{C_j}{(1 + r_{US_j})^{\frac{dc_j}{360}}} + \sum_{i=k+1}^{T-1} \frac{C_i}{(1 + r_{US_i} + s)^{\frac{dc_i}{360}}} + \frac{VN}{(1 + r_{US_T})^{\frac{dc_T}{360}}}$$

$C_n = c_n \cdot \frac{dc_n}{360} \cdot VN$, para qualquer “n” de “1” até o vencimento do título.

onde:

- P – preço teórico do título;
- dc_i – número de dias corridos entre o instante da avaliação e a data do pagamento do fluxo considerando a convenção (ACT/360);
- r_{US_i} – taxa *spot* de juros americana para o prazo “i”;
- s – *spread* do título;
- CF_j – j-ésimo fluxo, colateralizado;
- CF_i – i-ésimo fluxo, não colateralizado;
- c_n – a taxa de cupom do período n (LIBOR de 6 meses +13/16%);
- VN – valor nominal (colateralizado);
- k – número de pagamentos de juros garantidos pelo Tesouro Americano (garantias rolantes).

4.6.3.4. Brazil Eligible Interest Bond (EI) 6 month Libor + 81.25bps

O EI é um título *float* que paga cupons com base na LIBOR de 6 meses mais uma margem de 0.8125% (ou 81.25 pontos base). Seu cronograma de amortizações prevê os seguintes pagamentos:

Período	Amortização
15.abr.1997 - 15.abr.2000	1.00%
15.out.2000	5.00%
15.abr.2001 - 15.abr.2006	8.00%

Fórmula de Preço

$$P = \sum \frac{A_i}{(1 + r_{USi} + s)^{\frac{dc_i}{360}}} + \sum \frac{C_i}{(1 + r_{USi} + s)^{\frac{dc_i}{360}}},$$

onde:

$$A_i = B_{i-1} \cdot a_i$$

$$B_i = B_{i-1} - A_i$$

$$C_i = c_i \cdot \frac{dc_i}{360} \cdot B_{i-1}$$

P – preço teórico do título;

dc_i – número de dias corridos entre o instante da avaliação e a data do pagamento do fluxo considerando a convenção (ACT/360);

r_{USi} – taxa *spot* de juros americana para o prazo “i”;

s – *spread* do título;

CF_i – cupom de juros pagos na data “i”;

A_i – valor da amortização no instante “i”;

C_i – valor de cupom no instante “i”;

B_{i-1} – é o saldo da amortização, ou seja, o quanto resta para amortizar, no instante “i-1”;

a_i – a taxa de amortização no período i;

c_i – a taxa de cupom no período i (LIBOR 6 meses + 13/16%);

4.6.3.5. Brazil EXIT 6.000% 09-15-13

O EXIT é um título fixo que paga juros semianuais de 6.00% e possui um cronograma de amortizações que prevê 30 pagamentos semi-anuais iguais, iniciando-se em 15 de setembro de 1999.

Fórmula de Preço

$$P = \sum \frac{A_i}{(1 + r_{US_i} + s)^{\frac{dc_i}{360}}} + \sum \frac{C_i}{(1 + r_{US_i} + s)^{\frac{dc_i}{360}}},$$

onde:

$$A_i = B_{i-1} \cdot a_i$$

$$B_i = B_{i-1} - A_i$$

$$C_i = c_i \cdot \frac{dc_i}{360} \cdot B_{i-1}$$

P – preço teórico do título;

dc_i – número de dias corridos entre o instante da avaliação e a data do pagamento do fluxo considerando a convenção (ACT/360);

r_{US_i} – taxa *spot* de juros americana para o prazo “i”;

s – *spread* do título;

CF_i – cupom de juros pagos na data “i”;

A_i – valor da amortização no instante “i”;

C_i – valor de cupom no instante “i”;

B_{i-1} – é o saldo da amortização, ou seja, o quanto resta para amortizar, no instante “i-1”;

a_i – a taxa de amortização no período i;

c_i – a taxa de cupom no período i (6.00%).

4.6.3.6. Brazil Front Loaded Interest Reduction Bond (FLIRB) 04-15-09

O FLIRB é um título que possui pagamentos de juros fixos, não constantes, até o quinto ano e a partir do sexto ano iniciam-se pagamentos de juros flutuantes (*floater*), como descrito a seguir:

Ano	Juros
1	4.0%
2-3	4.5%
4-5	5.0%
6 em diante	6 month Libor + 81.25 bps

Possui um cronograma de amortizações que prevê 13 parcelas, semi- anuais, iguais, de 7.69%, que se inicia em 15 de abril de 2003.

Fórmula de Preço

$$P = \sum \frac{A_i}{(1 + r_{USi} + s)^{\frac{dc_i}{360}}} + \sum \frac{C_i}{(1 + r_{USi} + s)^{\frac{dc_i}{360}}},$$

onde:

$$A_i = B_{i-1} \cdot a_i$$

$$B_i = B_{i-1} - A_i$$

$$C_i = c_i \cdot \frac{dc_i}{360} \cdot B_{i-1}$$

P – preço teórico do título;

dc_i – número de dias corridos entre o instante da avaliação e a data do pagamento do fluxo considerando a convenção (ACT/360);

r_{USi} – taxa *spot* de juros americana para o prazo “i”;

s – *spread* do título;

CF_i – cupom de juros pagos na data “i”;

A_i – valor da amortização no instante “i”;

C_i – valor de cupom no instante “i”;

B_{i-1} – é o saldo da amortização, ou seja, o quanto resta para amortizar, no instante “i-1”;

a_i – a taxa de amortização no período “i”;

c_i – a taxa de cupom no período “i”.

4.6.3.7. Brazil New Money Bond (NMB) 6 month Libor + 87.5bps

O NMB é um título *floater* que paga cupons com base na LIBOR de 6 meses mais uma margem de 0.875% (ou 87.5 pontos base). Seu cronograma de amortizações prevê 17 pagamentos iguais de 5.88%, até o seu vencimento.

Fórmula de Preço

$$P = \sum \frac{A_i}{(1 + r_{US_i} + s)^{\frac{dc_i}{360}}} + \sum \frac{C_i}{(1 + r_{US_i} + s)^{\frac{dc_i}{360}}},$$

onde:

$$A_i = B_{i-1} \cdot a_i$$

$$B_i = B_{i-1} - A_i$$

$$C_i = c_i \cdot \frac{dc_i}{360} \cdot B_{i-1}$$

P – preço teórico do título;

dc_i – número de dias corridos entre o instante da avaliação e a data do pagamento do fluxo considerando a convenção (ACT/360);

r_{US_i} – taxa *spot* de juros americana para o prazo “i”;

s – *spread* do título;

CF_i – cupom de juros pagos na data “i”;

A_i – valor da amortização no instante “i”;

C_i – valor de cupom no instante “i”;

B_{i-1} – é o saldo da amortização, ou seja, o quanto resta para amortizar, no instante “i-1”;

a_i – a taxa de amortização no período “i”;

c_i – a taxa de cupom no período “i”.

4.6.3.8. Brazil Par Step up 04-15-24

O *Par Bond* brasileiro paga juros fixos, não constantes, segundo o cronograma a seguir:

Período	Juros
Até 15.abr.95	4.00%
15.abr.95 to 15.abr.96	4.25%
15.abr.96 to 15.abr.97	5.00%
15.abr.97 to 15.abr.98	5.25%
15.abr.98 to 15.abr.99	5.50%
15.abr.99 to 15.abr.00	5.75%
15.abr.00 até o vencimento	6.00%

Seu cronograma de vencimentos prevê um único pagamento (*bullet*) no vencimento do título.

Uma importante característica desse título é o conjunto de garantias que possui junto ao Tesouro Americano – colaterais. As garantias modificam um pouco a fórmula de cálculo do valor do título. Uma vez que os colaterais são títulos do Tesouro Americano, as parcelas por eles garantidas devem ser descontadas apenas pela curva *spot* americana, sem considerar o *spread* de risco Brasil. As demais parcelas serão descontadas pela taxa *spot* americana mais o *spread*, pois não contam com garantias.

Fórmula de Preço:

$$P = \sum_{j=1}^k \frac{C_j}{(1 + r_{US_j})^{\frac{dc_j}{360}}} + \sum_{i=k+1}^{T-1} \frac{C_i}{(1 + r_{US_i} + s)^{\frac{dc_i}{360}}} + \frac{VN}{(1 + r_{US_T})^{\frac{dc_T}{360}}}$$

$$C_n = c_n \cdot \frac{dc_n}{360} \cdot VN, \text{ para qualquer "n" de "1" até o vencimento do título.}$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- dc_i – número de dias corridos entre o instante da avaliação e a data do pagamento do fluxo considerando a convenção (ACT/360);
- r_{US_i} – taxa *spot* de juros americana para o prazo “i”;
- s – *spread* do título;
- CF_j – j-ésimo fluxo, colateralizado;
- CF_i – i-ésimo fluxo, não colateralizado;
- c_n – a taxa de cupom do período “n” (LIBOR de 6 meses +13/16%);
- VN – valor nominal (colateralizado);

k – número de pagamentos de juros garantidos pelo Tesouro Americano (garantias rolantes);

4.7. Outros Títulos

4.7.1. Letras Hipotecárias

São títulos com juros prefixados ou pós-fixados em TR, emitidos pelas instituições financeiras autorizadas a conceder créditos hipotecários.

4.7.1.1. Pré:

$$P = \frac{VN}{(1 + r_{BR})^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- VN – valor nominal;
- r_{BR} – taxa *spot* de juro nominal na data de avaliação;
- du – número de dias úteis entre a data de avaliação e a maturidade.

4.7.1.2. Pós:

Periodicidade de Atualização: mensal, nas datas-base, entendidas como o dia correspondente ao dia de vencimento do ativo, em cada mês:

$$P = VN \cdot \frac{TR_T}{TR_{db}} \cdot \frac{1}{(1 + r_{TR})^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- TR_T – Índice TR na data de avaliação
- TR_i – Índice TR na data de emissão do título
- du – número de dias úteis existentes entre a data de avaliação e o vencimento do título;
- r_{TR} – taxa *spot* cupom de TR para “du” dias úteis;

4.7.2. Título da Dívida Agrária (TDA)

A TDA é um título que tem o valor nominal indexado à TR e paga cupons anuais sobre o valor nominal atualizado. A atualização monetária se dará mensalmente na data base do ativo (dia 1o de cada mês) pela TR do dia primeiro do mês anterior.

$$P = \frac{TR_t}{TR_{db}} \cdot \left[\sum_{i=0}^T \frac{CF_i}{\left(1 + r_{TR_i}\right)^{\frac{du_i}{252}}} + \frac{VN}{\left(1 + r_{TR_T}\right)^{\frac{du_T}{252}}} \right]$$

onde:

- P – preço teórico do título;
- VN – valor nominal do título
- TR_{db} – Índice TR na data base do ativo
- TR_t – Índice TR na data de avaliação do ativo
- du – número de dias úteis existentes entre a data de avaliação e o vencimento do título;
- CF_j – fluxo de caixa do título no instante “j”
- r_{TR} – taxa spot cupom de TR para “du” dias úteis;

4.7.3. Certificados de Depósitos Bancários

4.7.3.1. CDB-Pré

Fórmula de Preço

$$P = \frac{VN \times (1 + tj)^{\frac{dc}{360}}}{(1 + r_{br})^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

- VN – valor inicial da operação
- r_{br} – taxa à vista (*spot*) de juros nominal;
- P – preço teórico do título;
- du – número de dias úteis restantes entre a data de liquidação e a data de maturidade;
- dc – número de dias corridos entre a data de liquidação e a data de maturidade;
- tj – taxa da operação (se negociada na convenção ACT/360, com capitalização diária e exponencial).

4.7.3.2. CDB-TR

$$P = \frac{VNA \times (1 + tj)^{\frac{dc}{360}}}{(1 + r_{TR})^{\frac{du}{252}}}$$

$$VNA = VN \times \prod_{t=0}^T (1 + tr_t)$$

onde:

VNA – valor nominal pela TR;

r_{TR} – taxa à vista (*spot*) de juros nominal;

P – preço teórico do título;

du – número de dias úteis restantes entre a data de liquidação e a data de maturidade;

dc – número de dias corridos entre a data de liquidação e a data de maturidade;

tj – taxa da operação (ACT/360).

4.7.4. Overnight-Pré

Fórmula de Preço

$$P = \frac{VN \times (1 + tj)^{\frac{dc}{360}}}{(1 + r_{br})^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

- VN – valor inicial da operação;
- tr_t – valor da TR no instante “t”;
- r_{br} – taxa à vista (*spot*) de juros nominal;
- P – preço teórico;
- du – número de dias úteis restantes entre a data de liquidação e a data de maturidade;
- dc – número de dias corridos entre a data de liquidação e a data de maturidade;
- tj – taxa da operação (ACT/360).

4.7.5. Commercial Paper (Pré)

Fórmula de Preço:

$$P = \frac{VN \times (1 + tj)^{\frac{dc}{360}}}{(1 + r_{br})^{\frac{du}{252}}}$$

onde:

- VN – valor nominal
- r_{br} – taxa à vista (*spot*) de juros nominal;
- P – preço teórico do título;
- du – número de dias úteis restantes entre a data de avaliação e a data de maturidade;
- dc – número de dias corridos entre a data de avaliações a data de maturidade;
- tj – taxa da operação (ACT/360).

5. Apêndice I – Fontes de Dados

Os dados utilizados pela Cyrnel para geração do vetor de preços são consolidados a partir de vários provedores na **Cyrnel Data Warehouse**.

São as seguintes as fontes de informação utilizadas:

- BOVESPA;
- CETIP;
- Economática;
- CVM;
- SELIC;
- Andima;
- Sistema Nacional de Debêntures/Andima;
- Prebon/PIP;
- Broadcast; e
- Bradynet.

6. Apêndice II – Fórmulas de Preço de Opções

6.1. Black-Scholes

Esse modelo é baseado na condição de não arbitragem, isto é, o modelo determina um único preço justo. Fundamenta-se no fato de, sob certas condições, o fluxo de caixa da opção poder ser reproduzido através de estratégia de investimento envolvendo apenas o ativo subjacente e o ativo sem risco.

$$C = S \times N(d1) - e^{-rfT} (K) \times N(d2)$$

$$P = Ke^{-rfT} \times N(-d2) - S \times N(-d1)$$

onde:

$$d1 = \frac{\left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(rf + \frac{V^2}{2}\right) \times T \right]}{V \times \sqrt{T}} \quad \text{e} \quad d2 = d1 - V \times \sqrt{T}$$

C	– preço da call;
P	– preço put;
S	– preço do ativo;
K	– preço de exercício;
V	– volatilidade;
rf	– taxa livre de risco;
T	– prazo da opção.

6.2. Garman-Kolhenagen

O modelo de Garman e Kohlhagen (1983) é semelhante ao Merton (1973). A única diferença é que o dividend yield é substituído pela taxa livre de risco da moeda estrangeira (rf).

$$C = Se^{-rfT} \times N(d1) - (e^{(r-rf)T} K) \times N(d2)$$

$$P = (e^{(r-rf)T} \times K)N(-d2) - Se^{-rfT} \times N(-d1)$$

onde:

$$d1 = \frac{\left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left((r - rf) + \frac{V^2}{2} \right) \times T \right]}{V \times \sqrt{T}}$$

$$d2 = d1 - V \times \sqrt{T}$$

C	– preço da call;
P	– preço da put;
S	– preço do ativo;
K	– preço do exercício;
V	– volatilidade;
r	– taxa de juros nominal doméstica;
rf	– taxa livre de risco da moeda estrangeira;
T	– prazo da opção.

6.3. Black76 (Black-Model)

A opção de contrato futuro, quando exercida, faz com que o detentor da opção, na data de exercício, adquira uma posição de contratos futuros e receba uma quantia igual à diferença entre o preço futuro e o corrente. O Modelo de Black pode ser usado para avaliar opções europeias de contratos a termo e futuro. O parâmetro α detém várias interpretações:

- Futuro de Índice de ações: $\alpha = r - q$ (onde r é a taxa de juros e q é taxa de dividendo);
- Futuro de Câmbio: $\alpha = r - r_f$ (onde r é a taxa de juros e r_f é a taxa livre de risco)
- Futuro de Mercadorias: $\alpha = r - c$, onde: c é o custo de armazenagem.

Fórmulas de Preço:

$$C = e^{-rT} [FN(d1) - KN(d2)]$$

$$P = e^{-rT} [KN(-d2) - FN(-d1)]$$

Onde:

$$d1 = \frac{\left[\ln\left(\frac{F}{K}\right) + \left(\frac{V^2}{2}\right) \times T \right]}{V \times \sqrt{T}}$$

$$d2 = d1 - V \times \sqrt{T}$$

C	– preço da call;
P	– preço put;
S	– preço do ativo;
K	– preço de exercício;
r	– taxa de juros nominal;
V	– volatilidade;
T	– tempo até o exercício;
F	– preço inicial de um contrato futuro ou termo.

Definição de F:

$$F = S \times e^{\alpha T}, \text{ onde } \alpha \text{ é o rendimento líquido do ativo}$$

ex $\alpha = (r - r_f)$

6.4. Merton

O modelo de Merton assume que a ação paga dividendos de forma contínua (q). Esse modelo pode ser utilizado para avaliar outros ativos, a exemplo do índice de ações e moedas estrangeiras.

$$C = Se^{-qT} N(d1) - Ke^{-rT} N(d2)$$

$$P = Ke^{-rT} N(-d2) - Se^{-qT} \times N(-d1)$$

$$d1 = \frac{\left[\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r - q) + \left(\frac{V^2}{2}\right) \right] \times T}{V \times \sqrt{T}}$$

$$d2 = d1 - V \times \sqrt{T},$$

Onde:

C	– preço da call;
P	– preço da put;
S	– preço do ativo-base;
K	– preço de exercício;
r	– taxa de juros nominal (anualizada);
q	– taxa de dividendo (anualizada);
V	– volatilidade (anualizada);
T	– tempo até o exercício (em anos).

7. Referências

- Andima - (01/07/2002) Metodologia de Cálculo dos Títulos Públicos Federais
- Bessada, Octavio (1994) "O Mercado Futuro e de Opções". 2a ed Rio de Janeiro: Record
- Cetip: Caderno de Fórmulas - Letras Hipotecárias / Caderno de Fórmulas - TDAs
- Documento Decreto 3.540 do Diário Oficial da União
- Fortuna, Eduardo (2002). "Mercado Financeiro: Produtos e Serviços" 15a ed. Rio de Janeiro: Qualitymark
- Hull, John (1991) , "Introduction to Futures and Options Markets". Ed. Prentice Hall. USA-
- Haug, Espen Gaarder (1998) " The Complete Guide to Option Pricing Formulas" Ed. McGraw-Hill. USA
- Rubinstein, Mark; Cox, John C (1985) " Options Markets" Ed. Prentice Hall. USA
- Rubinstein, Mark " Derivates: A PowerPlus Picture Book" Vol1. Futures, Options and Dynamic Strategies
- Sistema Nacional de Debêntures (www.debentures.com.br)
- Cyrnel International (2002). "Zeus Methodology"; Manual Interno
- Site do Banco Central www.bcb.gov.br
- Site da BMF: www.bmf.com.br
- Site do Tesouro Nacional www.tesouro.fazenda.gov.br